

## The Multi-Traveling Salesman Problem With Balancing Criteria

Peerayuth Charnsethikul<sup>1</sup>

**Abstract** The purpose of this research is to develop algorithms to find a near optimal solution of the M-traveling salesman problem (MTSP) or the vehicle routing problem (VRP) without capacity and demand constraints. The main objective of the MTSP problem is to find M tours with a balancing criteria and minimum total distance. The selected balancing criteria is to minimize the longest tour and minimize the range among tours (MIN-MAX). Two heuristic procedures have been developed, tested and compared. In the first heuristic, modification of Eastman's algorithm (1958) is used to continue searching for a better balancing solution after the optimal solution with minimum distance was found. For the second heuristic, the idea of the well known 3-OPT procedure is modified to satisfy the balancing criteria. Both algorithms have been coded into BASIC programs. The programs were tested on a TI microcomputer at three levels: 15 cities and 3 salesmen, 35 cities and 4 salesmen, and 50 cities and 5 salesmen, respectively. All test problems were generated using the MTSP model applied to a material handling problem as proposed by Blair, Charnsethikul and Vasquez (1987).

### 1. Introduction

The multi-depot vehicle routing problem (MDVRP) is an extension of the classical traveling salesman problem (TSP). In the MDVRP problem, for a given set of points, M routes from different depots passing through each point exactly once are to be found to minimize the total cost of traveling. Each point must be on only one route. By ignoring capacity constraints for vehicles and demand constraints for visited points, the problem becomes the multi-depot M-traveling salesman problem (MDMTSP) which is the basis of study in this research.

Generally, the main objective for the MDTSP is to minimize the total cost or distance of travel. From the perspective of planning and control, this objective is sometimes insufficient to provide a good practical solution. For instance, if all salesmen have the same priority, the minimum distance solution may not be applicable because of the differences among allocation of distance traveled for each salesman. Similarly, in the vehicle routing problem (VRP), if all vehicles have the same size and capacity, unbalanced workloads may produce unbalanced performance of the system resulting in excessive delays in the delivery of material.

This research will consider the following objective functions:

- 1) Minimize the routing cost.
- 2) Minimize the cost of the maximal tour.
- 3) Minimize the range among tours.

In terms of multi-objectives decision making, these three objectives are very difficult to optimize simultaneously because they are inconsistent in that a good solution against one objective may perform badly for the others. The major goal of this research is to develop an

---

<sup>1</sup> Department of Industrial Engineering, Kasetsart University, Bangkok, Thailand

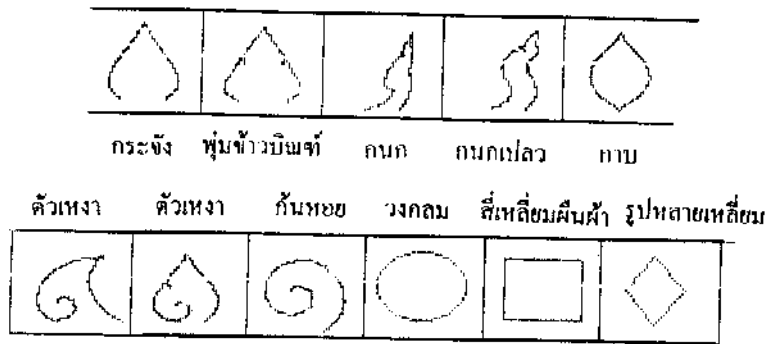
ตั้งแต่โบราณมามีการใช้ลายไทยวาดบนพื้นผิววัตถุต่าง ๆ เพื่อเพิ่มความงามของวัตถุเหล่านั้น เช่น ฝาบ้าน ประตูหน้าต่าง ตลอดจนเพดานของโบสถ์วิหาร ปราสาทหรือเจดีย์ และพื้นผิวที่วาดลายไทยนั้น อาจเป็นลักษณะพื้นผิว 2 มิติ หรือพื้นผิว 3 มิติ ซึ่งผู้วาดต้องผูกลายไทยให้ดูงดงามเหมาะสมกับพื้นผิวเหล่านั้น เพื่อเป็นการจำลองการประยุกต์ของลายไทย บทความนี้จะนำเสนอวิธีการวาดลายไทยบนพื้นผิววัตถุ 3 มิติ ด้วยการนำหลักการของ texture mapping โดยที่ผู้ใช้จะใช้องค์ประกอบพื้นฐานผูกลายไทยรูปแบบ (pattern) ต่าง ๆ ขึ้น และสร้างวัตถุที่มีผิวโค้งขึ้นได้โดยอาศัยการหมุนเส้นโค้งรอบแกน (surface of revolution) ซึ่ง ผิวโค้งที่ได้จะเกิดจากพื้นผิวเล็ก ๆ ประกอบกันขึ้นมา แต่ละพื้นผิวเล็ก ๆ นี้ ก็จะถูกทาบด้วย ส่วนของรูปแบบของลายไทย หลังจากนั้นเพื่อให้สามารถแสดงพื้นผิวของวัตถุบนจอภาพ ซึ่งเป็นลักษณะ 2 มิติได้ จึงฉายภาพของพื้นผิวของวัตถุโดยใช้วิธี perspective projection

ในการทดลองได้มีการผูกลายไทยรูปแบบต่าง ๆ แล้วทาบลายไทยลงบนวัตถุหลายชนิด เช่น ขัน คนโท พาน ผอบ เป็นต้น ภาพที่ได้จะถูกแสดงในมุมมองต่าง ๆ และเพื่อให้การแสดงผลให้ดูงดงามและสมจริง จึงมีการใช้หลักการของ hidden surface ในการจัดพื้นผิวที่ไม่สามารถมองเห็นด้วยตาสำหรับ ทุก ๆ มุมมอง

## 2. ลายไทย

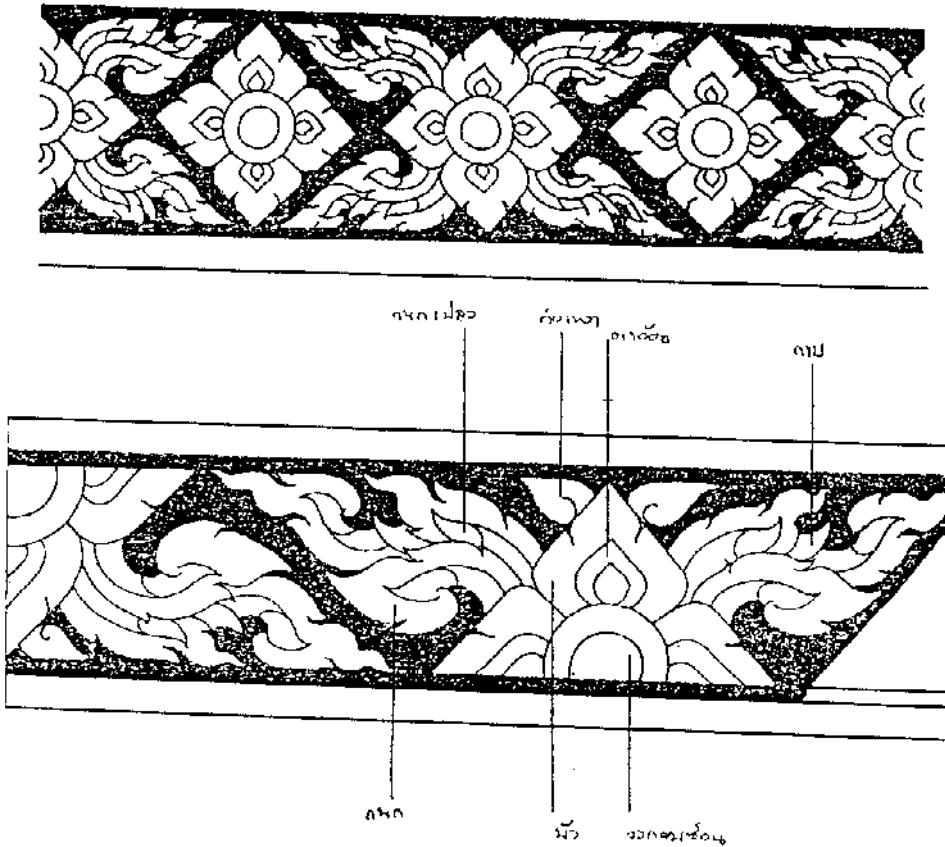
ลายไทยเป็นศิลปะของไทยอย่างหนึ่งรวมอยู่ในจำพวกจิตรศิลป์ รูปแบบลายไทยส่วนใหญ่สันนิษฐานว่าเกิดจากการนำเอาสิ่งของตามธรรมชาติมาตัดแปดแปลงรูปร่างให้ดูสวยงามยิ่งขึ้น (1) อาทิเช่น กระจังตา อ้อยนั้น มีรูปทรงของคอกบัวและมีลักษณะคล้ายคาบของข้ออ้อย ลายกนกนั้นสันนิษฐานว่าเกิดจากสิ่งใดสิ่งหนึ่งใน 4 อย่าง คือ ลายบัวผ้าซีก รวงข้าว เปลวไฟ หรือ ใบไม้ เป็นต้น ในโบราณการหัดเขียนลายไทยจะเริ่มตั้งแต่การเขียนลายง่าย ๆ เช่น ลายกนกสามตัว ไปจนถึงลายกนกนารี ซึ่งเป็นลายกนกซ้อนกันหลายตัว แล้วจึงต่อลายที่ยากขึ้นไปตามลำดับ จึงหัดผูกลายขึ้นด้วยตนเองซึ่งผู้วาดต้องใช้ปัญญาของตนเอง ประกอบกับความชำนาญ ในการเขียนก็ประดิษฐ์ลวดลายให้เหมาะกับสิ่งของที่บรรจุลายลงไป จึงอาจกล่าวได้ว่าลายไทยที่สลับซับซ้อนและงดงามนั้นเกิดจากการผูกลายพื้นฐานเข้าด้วยกันอย่างเหมาะสมตามจินตนาการของผู้เขียน

จากการศึกษาวิเคราะห์ลายไทยจากลวดลายที่ปรากฏอยู่ในที่ต่าง ๆ และด้วยคำแนะนำจากอาจารย์ สน ศรีมาตรัง จึงอาจกล่าวได้ว่าลายไทยโดยทั่วไปประกอบด้วยองค์ประกอบพื้นฐาน (primitive) เพียง 11 ชนิด คือ กระจัง พุ่มข้าวบิณฑ์ กนก กนกเปลว กาบ คิ้วเหง ก้นหอย วงกลม วงรี สี่เหลี่ยมผืนผ้า รูปหลายเหลี่ยม รูปที่ 1 แสดงรูปแบบขององค์ประกอบพื้นฐานทั้ง 11 ชนิด และรูปที่ 2 แสดงตัวอย่างของการนำเอา องค์ประกอบพื้นฐานเหล่านี้ มาเข้าลายที่มีการใช้กันจริง จากรูปจะเห็นว่าด้วยการใช้องค์ประกอบพื้นฐาน ผู้วาดสามารถผูกเป็นลายไทยซึ่งสลับซับซ้อน และงดงามตามความต้องการ



รูปที่ 1 องค์ประกอบพื้นฐานลายไทย

ลายหน้ากระดานใช้ประดับตามแนวยาว เช่น นิยมใช้ลายประจำยามประกอบกนก



รูปที่ 2 ลายไทย

### 3. การวาดลายไทย

#### 3.1 การสร้างองค์ประกอบพื้นฐานของลายไทย

เมื่อทราบว่าองค์ประกอบพื้นฐานของลายไทยประกอบด้วยอะไรบ้างแล้ว จึงศึกษาว่า องค์ประกอบพื้นฐานแต่ละชนิดมีโครงสร้างพื้นฐานอย่างไร จากรูปที่ 1 จะเห็นว่า นอกจากรูปสี่เหลี่ยม วงกลม วงรี แล้ว ส่วนใหญ่ขององค์ประกอบพื้นฐานเหล่านี้ประกอบด้วยเส้นโค้ง และการศึกษาพบว่า การเขียนลายของศิลปินไทยขึ้นอยู่กับจินตนาการและประสบการณ์ของแต่ละคน ไม่ได้มีโครงสร้างแน่นอน แต่ละสำนักจะมีรูปแบบเฉพาะเป็นเอกลักษณ์ของตนเอง ดังนั้น ในการวิจัยนี้จึงใช้รูปแบบที่เป็นที่นิยมและพบเห็นกันบ่อย ๆ ตามโบราณสถานสำคัญและตำราลายไทยทั่วไป ซึ่งองค์ประกอบพื้นฐานบางชนิดพอสรุปรูปแบบของโครงสร้างพื้นฐานได้ เช่น กระจง มักเขียนอยู่ในทรงของสามเหลี่ยมด้านเท่า กนกมักเขียนอยู่ในสามเหลี่ยมชายธง (สามเหลี่ยมที่ได้จากการลากเส้นทแยงมุมของสี่เหลี่ยมผืนผ้า ขนาด 2 คูณ 4 ส่วน) ก้นหอย มีรูปทรงทั่วไปคล้ายเลขหนึ่งของไทย เป็นต้น เมื่อทราบโครงสร้างขององค์ประกอบพื้นฐานแล้ว จึงนำองค์ประกอบพื้นฐานเหล่านี้มาวาดบนกระดาษกราฟตามโครงสร้างที่ได้ศึกษาไว้ ต่อจากนั้นจึงแบ่งส่วนโค้งของรูปออกเป็นช่วงย่อย ๆ โดยรูปที่สลับซับซ้อนมากอาจจะต้องแบ่งเป็นส่วนโค้งย่อยหลายส่วน ซึ่งส่วนโค้งย่อยแต่ละส่วนสามารถวาดขึ้นได้ด้วย Bezier curve ต่อไปนี้จะสรุปวิธีการวาดเส้นโค้ง Bezier เพื่อจะได้เข้าใจถึงการแบ่งรูปองค์ประกอบพื้นฐานซึ่งจะกล่าวต่อไป

#### 3.2 Bezier curve

ในหลักการของคอมพิวเตอร์กราฟฟิก สามารถเขียนเส้นโค้งได้โดยการนำเอาเส้นตรงสั้น ๆ มาต่อกันจนเห็นเป็นลักษณะโค้ง ซึ่งความโค้งและรูปร่างของเส้นโค้งจะถูกควบคุมโดยจุดควบคุม (control points) และฟังก์ชันความโค้ง (blending function) สำหรับเทคนิคการเขียนเส้นโค้งมีหลายวิธี เช่น cubic spline curve, B-spline curve เป็นต้น ในการศึกษาี้เลือกใช้ Bezier curve เนื่องจากสามารถคำนวณหาจุดบนเส้นโค้งจากจุดควบคุมและฟังก์ชันความโค้งได้โดยไม่ต้องย่อขนาด และให้ผลของการเขียนเส้นโค้งได้ดีตามความต้องการสำหรับเส้นโค้ง 2 มิติ สามารถคำนวณหาจุดยอดของเส้นตรงย่อยที่ประกอบเป็นเส้นโค้ง Bezier curve ได้จากสมการใน parametric forms ดังต่อไปนี้

$$x(t) = \sum_{k=0}^n x_k B_{k,n}(t) \quad (1)$$

$$y(t) = \sum_{k=0}^n y_k B_{k,n}(t) \quad (2)$$

โดยที่  $t$  มีค่าตั้งแต่ 0 ถึง 1 ( $x_k, y_k$ ):  $k = 0 - n$  เป็นค่าจุดยอดของจุดควบคุม และ  $B_{k,n}(t)$  เป็น blending function ซึ่งเขียนได้ตามสมการ

$$B_{k,n}(t) = C(n,k)t^k(1-t)^{n-k} \tag{3}$$

โดยที่ 
$$C(n,k) = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

อย่างไรก็ตาม Bezier curve ที่เกิดจากจุดควบคุมเพียง 4 จุด มีความนิยมใช้กันมาก เพราะการคำนวณใช้เวลาไม่มาก และสามารถสร้างเส้นโค้งที่สลับซับซ้อนได้ โดยการนำเอาเส้นโค้ง Bezier ส่วนสั้น ๆ มาเชื่อมต่อกัน สำหรับจุดยอดของเส้นตรงย่อยที่ประกอบเป็นเส้นโค้ง Bezier สามารถคำนวณได้จากสมการ

$$x(t) = [t^3 \quad t^2 \quad t \quad 1] \times M \times \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \tag{4}$$

$$y(t) = [t^3 \quad t^2 \quad t \quad 1] \times M \times \begin{bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} \tag{5}$$

เมื่อ M เป็นเมทริก  $\begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$  และ  $(x_0, y_0)$  ถึง  $(x_3, y_3)$  เป็นจุดควบคุม และเส้นตรงเชื่อม

$(x_0, y_0)$  กับ  $(x_1, y_1)$  จะสัมผัสเส้นโค้งที่จุดเริ่มต้นของเส้นโค้งคือจุด  $(x_0, y_0)$  ส่วนเส้นตรงเชื่อม  $(x_2, y_2)$  กับ  $(x_3, y_3)$  จะสัมผัสเส้นโค้งที่จุดปลายของเส้นโค้งคือจุด  $(x_3, y_3)$

ดังนั้น ด้วยการคำนวณหาจุด  $x(t), y(t)$  เมื่อ  $t$  มีค่าตั้งแต่ 0 ถึง 1 แล้วลากเส้นตรงเชื่อมจุดเหล่านี้ จะทำให้ได้เส้นโค้งซึ่งมีรูปร่างตามต้องการ

### 3.3 การแปลงรูปองค์ประกอบพื้นฐาน

ดังได้อธิบายในหัวข้อข้างต้นแล้วว่า ลายไทยซึ่งสลับซับซ้อนและงดงามนั้น สร้างขึ้นได้โดยการผูกองค์ประกอบพื้นฐานเข้าด้วยกัน และเพื่อให้ผู้ใช้สามารถนำเอาองค์ประกอบพื้นฐานมาผูกเป็นลายได้โดยง่าย การวิจัยนี้จึงใช้หลักการของการแปลงรูปเพื่อแปลงรูปองค์ประกอบพื้นฐานให้ได้รูปทรง ขนาด ทิศทาง และตำแหน่งตามต้องการ ซึ่งปกติแล้วการแปลงรูปของรูปหลายเหลี่ยมทำได้โดยการนำเอาจุดยอดของรูปหลายเหลี่ยมคูณกับ transformation matrix ดังสมการ

$$[x' \quad y' \quad 1] = [x \quad y \quad 1] \times T \tag{6}$$

เมื่อ  $T$  เป็น transformation matrix ซึ่งอาจจะมีค่าต่าง ๆ ได้ดังแสดงในรูปที่ 3 ในกรณีที่มีการแปลงรูปหลายชนิดต่อเนื่องกันสามารถทำได้โดยการนำเอา transformation matrix แต่ละชนิด มาคูณกันแล้วจึงนำไปคูณกับจุดยอดของรูปหลายเหลี่ยม

Translation:

$$T(Tx, Ty) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ Tx & Ty & 1 \end{bmatrix}$$

Scaling:

$$S(Sx, Sy) = \begin{bmatrix} Sx & 0 & 0 \\ 0 & Sy & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Rotation:

$$R(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

X-Shear:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ SHx & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Y-Shear:

$$\begin{bmatrix} 1 & SHy & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Y-Reflection:

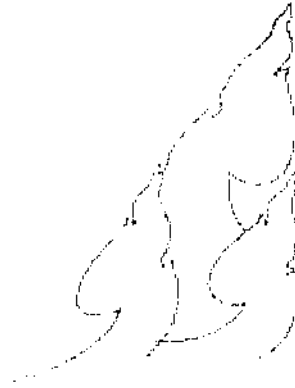
$$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

X-Reflection:

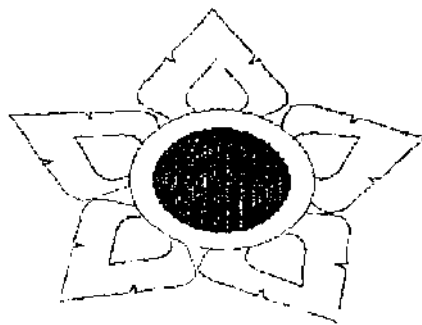
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

### รูปที่ 3 Transformation matrices

สำหรับการแปลงรูปขององค์ประกอบพื้นฐานที่เป็นลักษณะเส้นโค้ง ก็สามารถทำได้โดยการนำเอาจุดควบคุมของเส้นโค้งนั้น คูณกับ transformation matrix แล้วสร้างเส้นโค้งขึ้นมาจากจุดควบคุมที่ถูกแปลงแล้วนั้น ก็จะได้รูปองค์ประกอบพื้นฐานที่ถูกแปลงรูปตามความต้องการ รูปที่ 4 แสดงตัวอย่างของการสร้างลายกนก 3 ตัว ซึ่งเกิดจากการนำเอากนกมาผ่านการเปลี่ยนขนาด และการสะท้อนรูป ด้วยการใช้องค์ประกอบพื้นฐานและการแปลงรูปองค์ประกอบเหล่านี้ ทำให้สามารถสร้างลายไทยรูปแบบต่าง ๆ ได้ตามต้องการ รูปที่ 5 แสดงตัวอย่างของลายไทยที่ได้จากการผูกองค์ประกอบพื้นฐานเหล่านี้ ลายไทยที่ได้จะถูกเก็บเป็น pattern 2 มิติ ซึ่งประกอบด้วย cell เล็ก ๆ และมีจำนวนแถวเป็น  $\max U$  จำนวนสดมภ์เป็น  $\max V$  ดังตัวอย่างแสดงในรูปที่ 6



รูปที่ 4 ลายถนน 3 ตัว



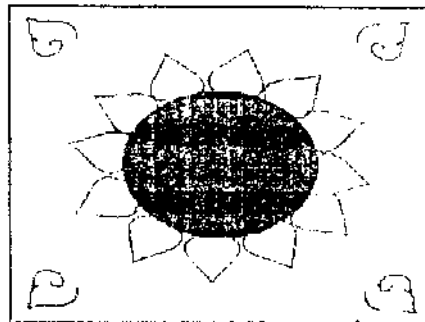
ลายประจำยาม



กระบังใบเทศ

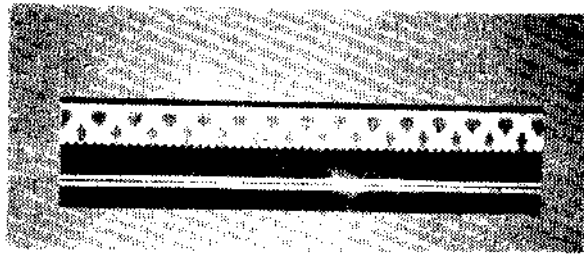
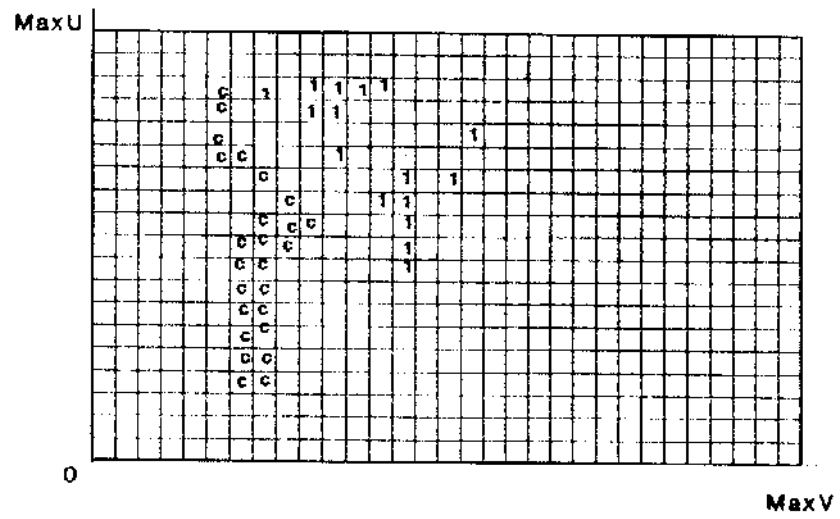


ลายบัน

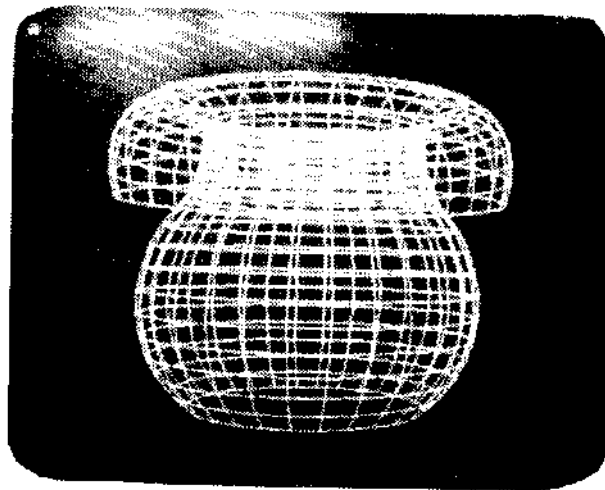


ลายดาว

รูปที่ 5 ตัวอย่างลายไทยจากคอมพิวเตอร์



รูปที่ 6 Pattern ของลายไทย



รูปที่ 7 ตัวอย่างของ Surface of revolution



#### 4. การวาดลายไทยบนวัตถุ 3 มิติ

ปกติแล้วลายไทยถูกวาดบนพื้นผิวของวัตถุต่าง ๆ เพื่อเพิ่มความงามของวัตถุ ไม่ว่าจะเป็นประตู หน้าต่าง เพดานของโบสถ์วิหาร ปราสาท เจดีย์ หรือบนผิวของภาชนะของใช้ต่าง ๆ เช่น ขัน คนโท ผอบ เป็นต้น ดังนั้น เพื่อเป็นการจำลองการประยุกต์ของลายไทย บทความนี้จะนำเสนอวิธีการวาดลวดลายไทยบนพื้นผิวของภาชนะบางอย่าง เช่น ขัน คนโท ผอบ พาน เป็นต้น

##### 4.1 การสร้างวัตถุ 3 มิติ

การสร้างวัตถุ 3 มิติ ซึ่งเป็นลักษณะของรูปเหลี่ยมนั้น อาจทำได้โดยการป้อนค่าจุดยอดของผิวเหลี่ยมของวัตถุ แต่ในกรณีของวัตถุที่มีผิวโค้งนั้น การที่จะให้ผู้ใช้กำหนดจุดยอดของรูปเหลี่ยมเล็ก ๆ หลายหมื่นรูป ซึ่งประกอบเป็นผิวโค้งนั้นทำได้ยากและสิ้นเปลืองเวลา ดังนั้น จึงมีวิธีการแบ่งผิวโค้งซึ่งสลับซับซ้อนออกเป็นพื้นผิวย่อย ที่สามารถสร้างได้ด้วยหลักการทางคณิตศาสตร์ เช่น bicubic Bezier surface เป็นต้น แต่อย่างไรก็ตาม เมื่อพิจารณาวัตถุของไทยหลายชนิดจะเห็นว่าเป็นลักษณะของผิวโค้งซึ่งแสดงความนุ่มนวล และเมื่อมองวัตถุจากระอบข้างในมุมต่าง ๆ กัน ก็จะเป็นรูปร่างเช่นเดิม ตัวอย่างเช่น เจดีย์ ขัน ผอบ เป็นต้น ซึ่งวัตถุที่มีลักษณะดังกล่าวนี้ สามารถสร้างได้โดยการนำเอาเส้นโค้งมาหมุนรอบแกนใดแกนหนึ่ง ก็จะได้ผิวโค้งซึ่งเกิดจากการประกอบกันของพื้นผิวเหลี่ยมเล็ก ๆ ดังแสดงในรูปที่ 7 ซึ่งเป็นรูปคนโทที่ได้จากการนำเอาเส้นโค้ง Bezier มาหมุนรอบแกน Y และจุดยอดของรูปสี่เหลี่ยมย่อยที่ประกอบเป็นผิวโค้งสามารถคำนวณได้จากสมการ

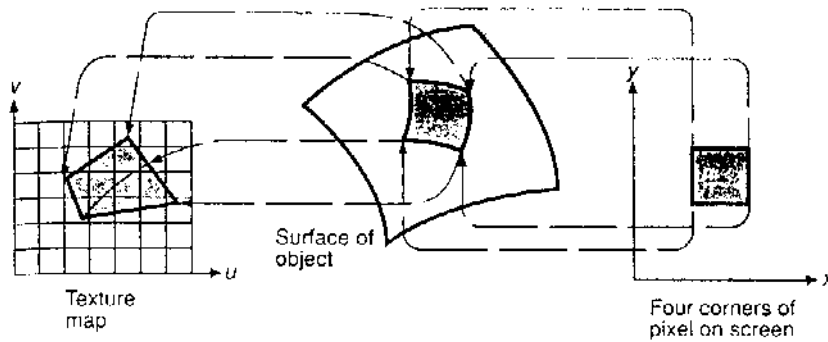
$$[x' \ y' \ z' \ 1] = [x \ y \ z \ 1] \times R_y(\theta) \quad (7)$$

โดยที่  $R_y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  :  $\theta$  เปลี่ยนค่าจาก 0 ถึง 360 องศา และ  $x, y$  เป็นจุดบนเส้นโค้ง

Bezier ที่คำนวณได้จากสมการ (4) และ (5) ซึ่งค่า  $z$  ของเส้นโค้งก่อนการหมุนจะมีค่าเป็น 0

##### 4.2 การทาบลายไทยบนผิววัตถุ

เมื่อได้ pattern ของลายไทย และผิวของวัตถุแล้ว จึงนำเอาส่วนของ pattern ลายไทย มาทาบบนแต่ละพื้นผิวย่อยของผิวโค้ง รูปที่ 8 แสดงความสัมพันธ์ของการทาบส่วนของ pattern ลงบนพื้นผิวย่อยของผิวโค้งแล้วแสดงพื้นผิวย่อยนั้นบนจอซึ่งเป็นลักษณะ 2 มิติ ในการวิจัยนี้ ขั้นแรกจะหาความสัมพันธ์ของแต่ละพื้นผิวย่อยกับส่วนของ pattern ที่จะนำมาทาบ เมื่อทำการทาบพื้นผิวย่อยแล้ว จึงฉาย (project) ผิวย่อยนั้นลงบนจอภาพ 2 มิติ



รูปที่ 8 หลักการของ Mapping texture

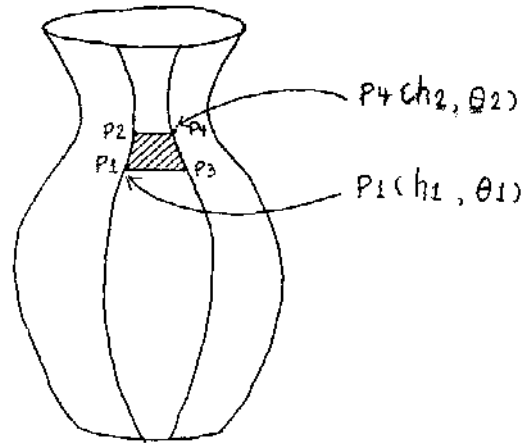
เพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างแต่ละพื้นผิวย่อยของผิวโค้งกับส่วนของ pattern ล้อมมาพิจารณาผิวโค้งของวัตถุซึ่งเกิดจากการหมุนของเส้นโค้งอีกครั้งหนึ่ง จากหลักการของ Bezier curve จะได้ว่าเส้นโค้งประกอบด้วยเส้นตรงเล็ก ๆ ต่อเนื่องกัน ซึ่งความยาวของแต่ละเส้นตรงเท่ากับ  $[(x_e - x_s)^2 + (y_e - y_s)^2]^{\frac{1}{2}}$  โดยที่  $(x_s, y_s)$  และ  $(x_e, y_e)$  เป็นจุดเริ่มต้นและจุดปลายของเส้นตรง ดังนั้น ความยาวของเส้นโค้งตั้งแต่จุดเริ่มต้นของเส้นโค้ง จนถึงจุด  $m$  ใด ๆ บนเส้นโค้ง จะเท่ากับ

$$h_m = \sum_{k=0}^{m-1} [(x_{k+1} - x_k)^2 + (y_{k+1} - y_k)^2]^{\frac{1}{2}} \quad (8)$$

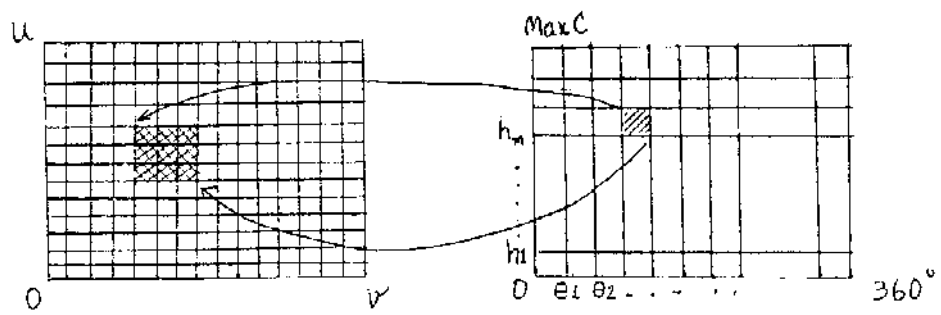
ในการทำงานเดียวกัน จะสามารถหาความยาวทั้งหมดของเส้นโค้งได้ ให้ค่าเท่ากับ  $\text{Max } C$  ถึงตอนนี้พอจะเห็นได้ว่าสามารถแสดงจุด  $P(x, y)$  ใด ๆ บนเส้นโค้งให้อยู่ใน parametric form ของค่า  $h$  กล่าวคือสามารถแสดงจุด  $P$  ได้เป็น  $P(x(h), y(h))$  เมื่อนำเอาเส้นโค้งมาหมุนรอบแกน  $Y$  ซึ่งทำให้ได้พื้นผิวเล็ก ๆ ประกอบเป็นผิวโค้งนั้น จะได้ว่าค่าจุดยอดของพื้นผิวย่อยเป็น parametric form ของ  $h$  และ  $\theta$  ดังแสดงในรูปที่ 9 โดยที่ plane ของ  $h$  และ  $\theta$  แสดงได้ในรูปที่ 10

ดังนั้น ด้วยการหาความสัมพันธ์ระหว่างค่า  $u, v$  และค่า  $h, \theta$  ของ plane ทั้งสองดังแสดงในรูปที่ 10 แล้ว ก็ทำให้สามารถทราบค่าพื้นผิวย่อยที่เกิดจากจุดยอด  $P_1(h1, \theta 1), P_2(h2, \theta 1), P_3(h1, \theta 2), P_4(h2, \theta 2)$  ถูกขยายด้วยส่วนใดของ pattern ของลายไทย ดังแสดงในรูปที่ 10 และ 11 สำหรับความสัมพันธ์ ของ  $u, v$  และ  $h, \theta$  คำนวณได้จากสมการ

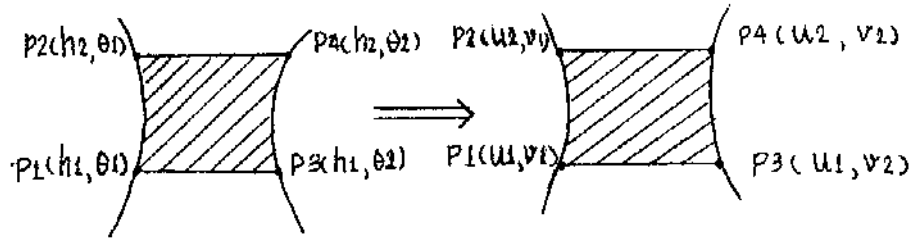
$$u = \frac{h}{\text{max } C} \times \text{max } U \quad \text{และ} \quad v = \frac{\theta}{360} \times \text{max } V \quad (9)$$



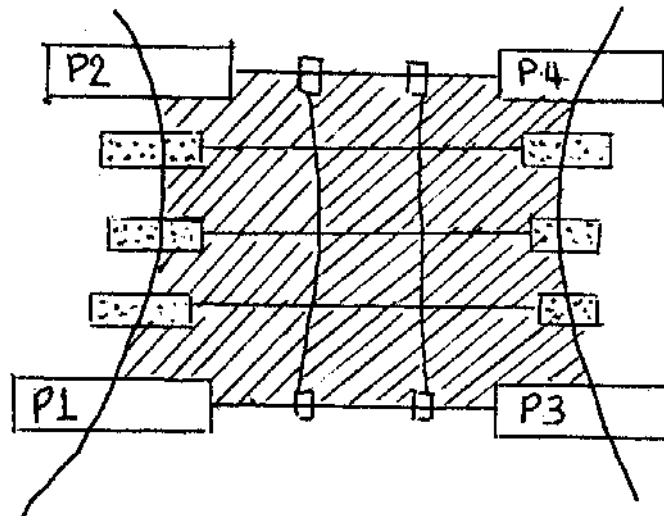
รูปที่ 9 ตัวอย่างจุดยอดใน form ของ  $h$  และ  $\theta$



รูปที่ 10 ความสัมพันธ์ของ  $u-v$  plane และ  $h-\theta$



รูปที่ 11 จุดยอดใน form ของ  $u$  และ  $v$



รูปที่ 12 ตัวอย่างการแบ่งพื้นที่ด้วย  $u$  และ  $v$

จากรูปที่ 11 จะเห็นว่าเราสามารถแปลงจุดยอดของพื้นผิวย่อยให้อยู่ใน parametric form ของ  $u$  และ  $v$  หรือกล่าวอีกนัยคือ ทำให้ทราบว่าแต่ละพื้นผิวย่อยจะครอบคลุมส่วนใดของ pattern แต่อย่างไรก็ตาม พื้นผิวย่อยชิ้นหนึ่งอาจจะครอบคลุมหลายค่าของ  $u$  และ  $v$  ทำให้ไม่ทราบแน่ชัดว่าจะระบายพื้นผิวย่อยด้วยสีใดของ pattern ภายใต้วงนั้น จึงอาจต้องทำการคำนวณว่า แต่ละค่าของ  $(u, v)$  ของส่วนของ pattern นั้น จะถูกครอบคลุมด้วยพื้นผิวย่อยเล็ก ๆ ใดภายในพื้นผิวย่อยนั้น กล่าวคือ แต่ละค่าของ  $u, v$  ทำให้สามารถแบ่งพื้นผิวย่อย ออกเป็นพื้นผิวย่อยเล็ก ๆ ใดอีก ดังตัวอย่างแสดงในรูปที่ 12 และแต่ละพื้นผิวย่อยเล็ก ๆ นี้ จะถูกระบายด้วยสีของแต่ละจุด  $u, v$  ที่สอดคล้องกับพื้นผิวย่อยเล็ก ๆ นั้น

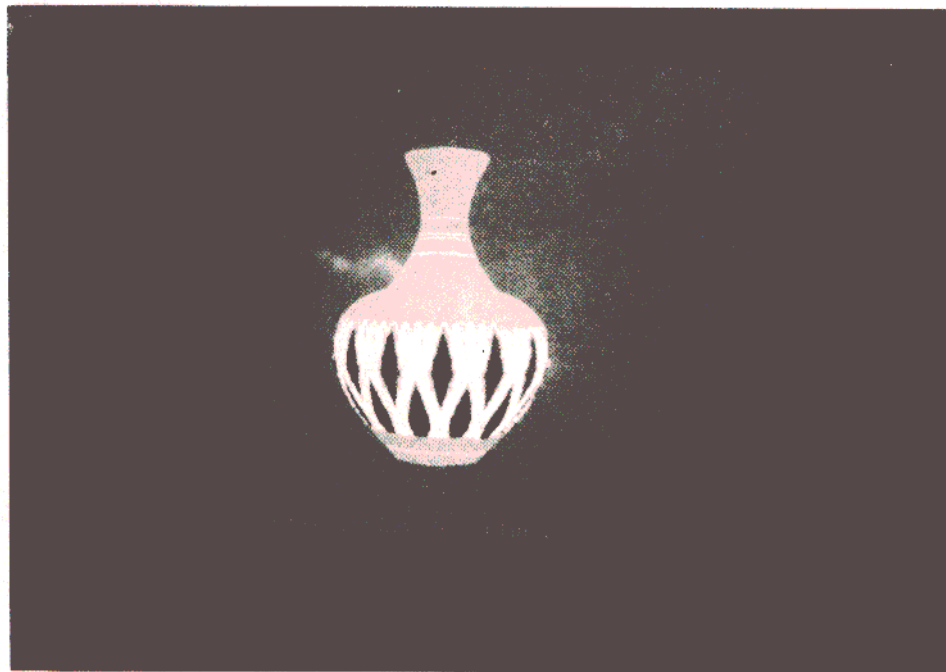
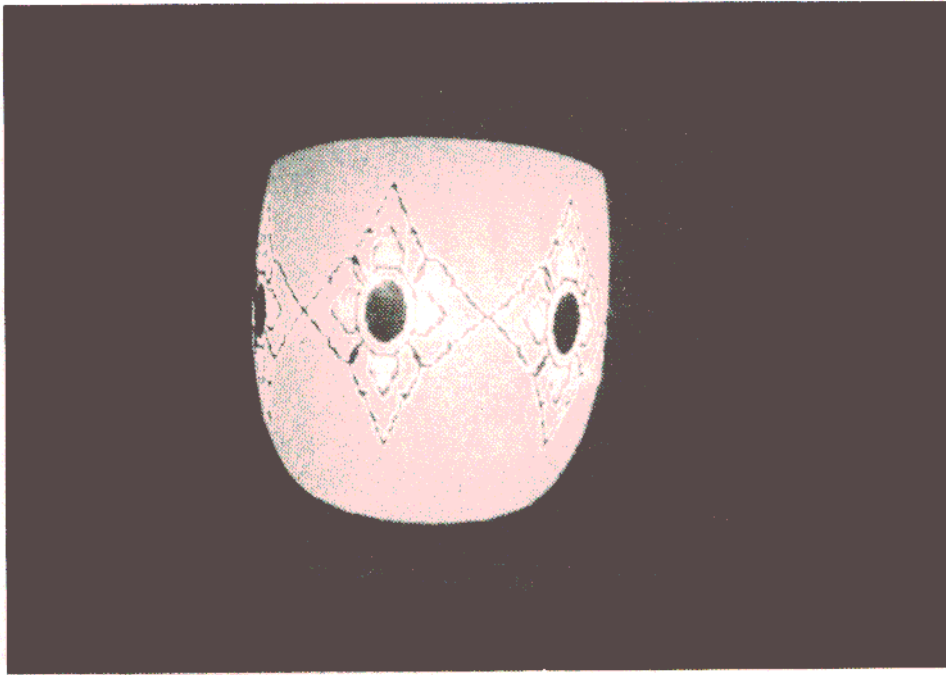
## 5 . การแสดงภาพวัตถุ 3 มิติ

จากหัวข้อข้างต้น ทำให้สามารถสร้างพื้นผิวย่อยเล็ก ๆ ของผิวโค้ง และสามารถทราบว่า แต่ละพื้นผิว นั้น จะถูกระบายด้วยสีใดของ pattern ภายใต้วงนั้น แต่ในการแสดงภาพของวัตถุนั้น แต่ละพื้นผิวย่อยเล็ก ๆ ซึ่งมีค่าจุดยอดอยู่ใน co-ordinate ที่สร้างวัตถุขึ้น (world co-ordinate) นี้ จะต้องถูกแปลงอยู่ใน co-ordinate ของตามอง (eye coordinate) ทำให้ได้พื้นผิวย่อยเล็ก ๆ ที่อยู่ eye coordinate และจากรูปที่ 7 จะเห็นว่า พื้นผิวบางส่วนของวัตถุจะถูกบังจากตาด้วย พื้นผิวที่อยู่ใกล้ตา ดังนั้น พื้นผิวที่ถูกบังเหล่านี้จะถูกกำจัดออกจากการประมวลผลภาพโดย ใช้หลักการของ Back-Face Removal หลังจากนั้นพื้นผิวย่อยเล็ก ๆ ที่มองเห็นด้วยตา จะถูกฉายภาพลงบน window 2 มิติ โดยอาศัยการฉายภาพแบบ perspective projection แล้วภาพที่อยู่ในกรอบของ window จะถูก map เข้าสู่จอภาพ แต่ละ pixel ของจอภาพที่ถูกครอบคลุมด้วยพื้นผิวย่อยเล็ก ๆ ใด ก็จะถูกระบาย ด้วยสีของพื้นผิวย่อยเล็ก ๆ นั้น

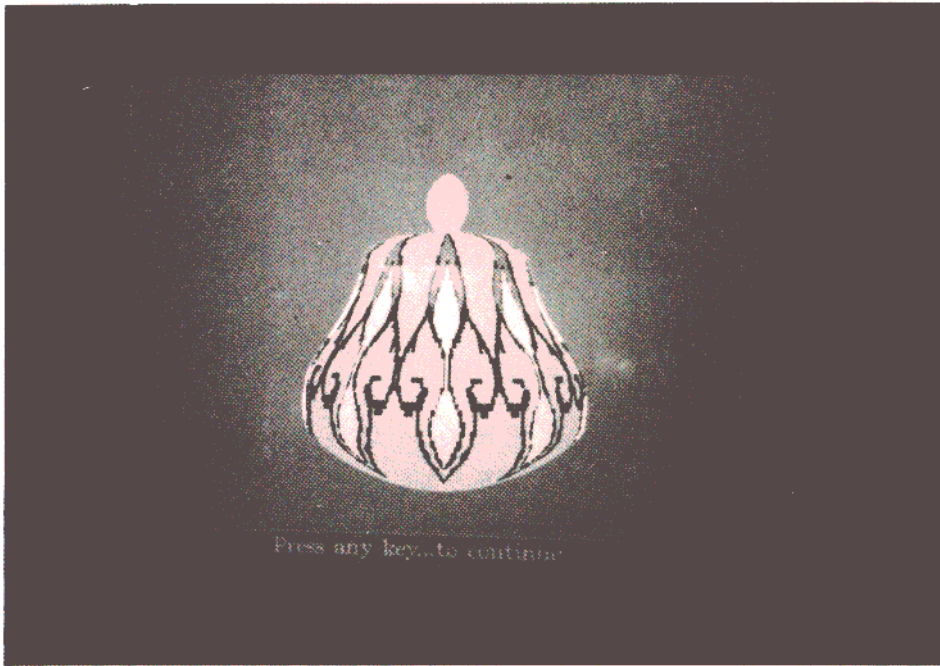
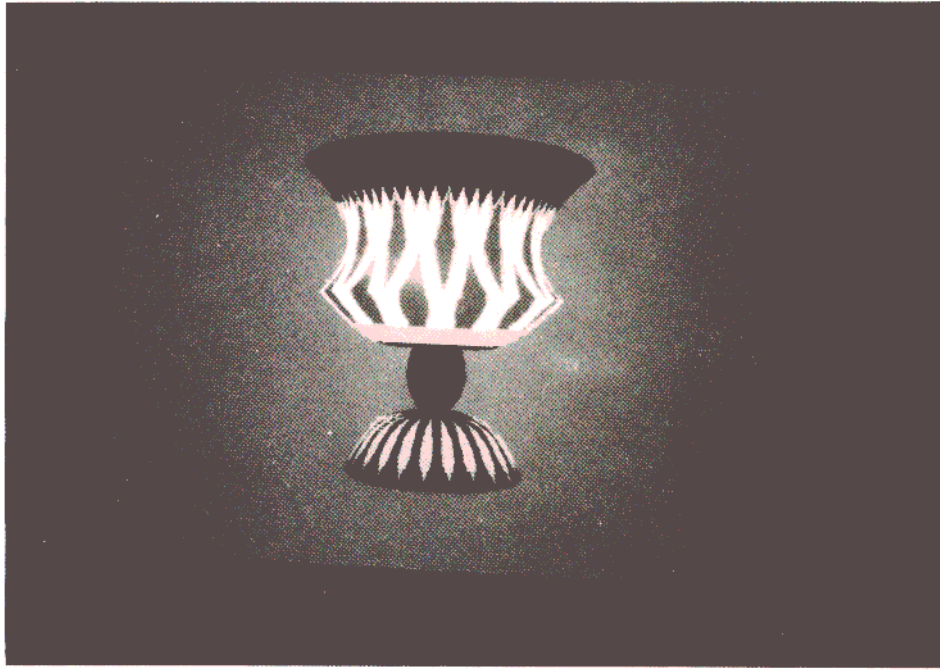
สำหรับหลักการแปลงค่า co-ordinate ของจุดยอดของวัตถุที่อยู่ใน world co-ordinate 3 มิติ ให้เป็นจุดบนจอภาพนั้น ได้อธิบายในบทความและตำราทั่วไป (2) - (3) บทความนี้ จึงเว้นที่จะอธิบายโดยละเอียดในส่วนนี้ และเสนอผลการแสดงภาพของลายไทย ที่วาดบนวัตถุ 3 มิติหลายชนิดในรูปที่ 13 และรูปที่ 14 แสดงตัวอย่างลายดอกไม้บนพื้นผิววัตถุ 3 มิติ

## 6. บทสรุป

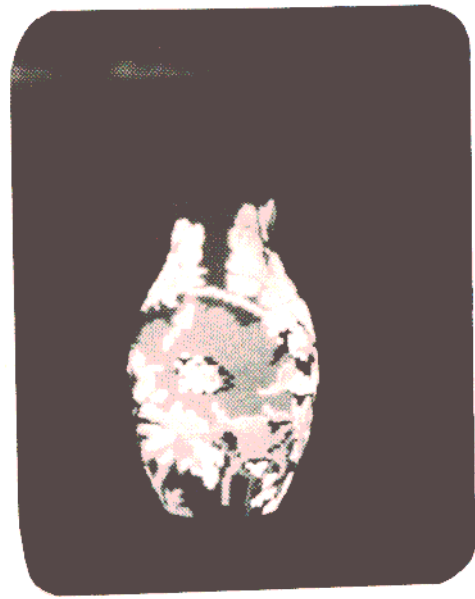
บทความนี้เสนอการวาดลายไทยด้วยคอมพิวเตอร์ โดยการใช้องค์ประกอบพื้นฐานเพียง 11 ชนิด ซึ่งองค์ประกอบพื้นฐานของลายไทยนี้สามารถสร้างขึ้นได้ด้วย Bezier curve หลังจากนั้นจึงจำลองการประยุกต์ของลายไทย โดยการวาดลายไทยลงบนพื้นผิวของวัตถุ 3 มิติ ซึ่งเกิดจากการหมุนรอบแกน ในการทดลองได้แสดงภาพวัตถุ 3 มิติ ที่ถูกทาด้วยลายไทยในมุมมองต่าง ๆ ซึ่งได้ภาพที่ตรงตามความจริง ในขั้นตอนต่อไปจะพัฒนาการวาดลายไทยลงบน พื้นผิวของวัตถุที่มีรูปร่างสลับซับซ้อนมากขึ้น



รูปที่ 13 ตัวอย่างลายไทยบนพื้นผิววัตถุ 3 มิติ



รูปที่ 13 (ต่อ) ตัวอย่างลายไทยบนพื้นสีขาว 3 มิติ



รูปที่ 14 ตัวอย่างลายดอกไม้บนพื้นผิววัตถุ 3 มิติ



### กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณ อาจารย์ สน ศรีมาตรัง คณะมัณฑนศิลป์ มหาวิทยาลัยศิลปากร ที่ได้กรุณา แนะนำและให้คำปรึกษาในการศึกษาชาวไทย

### บรรณานุกรม

- [1] พระบาทสมเด็จพระปกเกล้าเจ้าอยู่หัว : *สมุดตำราสายไทย* สำนักพิมพ์นครเกษมบุ๊คส์ โดร์
- [2] M. Berger: *Computer Graphics with Pascal*, The Benjamin/Cummings Publishing Company, Inc.
- [3] D. Hearn and M. Pauline Baker: *Computer Graphics*, Prentice-Hall International.