วารสารพัฒนาบริหารศาสตร์
ปีที่ 33 ฉบับที่ 2 เมษายน-มิถุนายน 2536

การสร้างภาพวัตถุ 3 มิติ จากภาพ Orthographic Projection

ดร.พิพัฒน์ หิรัญย์วาณิชชากร[1] อารีย์ อาธานัยนนท์[2] และ เฉลิมยศ อิศวรัตนกสิกร[2]

บทคัดย่อ บทความนี้เสนอการสร้างภาพวัตถุ 3 มิติ จากภาพ orthographic projection ภาพ orthographic ที่ใช้คือภาพด้านบน (Top view) ภาพด้านหน้า (Front view) และภาพด้านข้าง (Side view) ในบทความนี้จุดยอดต่าง ๆ ของวัตถุ 3 มิติ ถูกคำนวณขึ้นได้โดยง่ายด้วยการพิจารณาหาจุดยอดของภาพทั้งสามด้านที่มีคุณสมบัติว่า ค่า Y ของภาพด้านบนและด้านหน้ามีค่าเท่ากัน และค่า X ของภาพด้านบนและด้านข้างมีค่าเท่ากัน และค่า Z ของภาพด้านหน้า และด้านข้างมีค่าเท่ากัน หลังจากนั้นจุดยอด 3 มิติ เหล่านี้ถูกเชื่อมโยงเป็นขอบ (edge) ของพื้นผิวของวัตถุ 3 มิติ ได้อย่างถูกต้องด้วยพิจารณาหาความสัมพันธ์ระหว่างจุดยอดใน 3 มิติ กับจุดและขอบของภาพทั้งสามด้านด้วยหลักการซึ่งเสนอในบทความนี้ ทำให้สามารถสร้างภาพวัตถุ 3 มิติ ซึ่งมีรูปร่างสลับซับซ้อนได้อย่างถูกต้อง และภาพที่สร้างขึ้นถูกแสดงในมุมมองต่าง ๆ

1. บทนำ

การประยุกต์ที่แพร่หลายอย่างหนึ่งของคอมพิวเตอร์กราฟฟิกคือ Computer-Aided Design (CAD) ซึ่งเป็นระบบที่ใช้คอมพิวเตอร์ช่วยในการออกแบบวัตถุผลิตภัณฑ์ต่าง ๆ ปัจจุบันนี้วิศวกรมักใช้ ระบบ CAD ในการวาดและออกแบบผลิตภัณฑ์ แล้วแสดงผลิตภัณฑ์นั้นในมุมมองต่าง ๆ ซึ่งจะทำให้เห็นได้ชัดเจนว่า เมื่อสร้างผลิตภัณฑ์ขึ้นแล้ว จะได้รูปร่างจริงอย่างไร และใน CAD บางระบบอาจสามารถจำลองการทำงานหรือการใช้งานของผลิตภัณฑ์ที่ได้ออกแบบ และผู้ใช้สามารถทดลองแก้ไขรูปร่างของผลิตภัณฑ์ได้โดยง่ายและรวดเร็ว ทำให้สามารถออกแบบผลิตภัณฑ์ให้มีประสิทธิภาพการใช้งานสูง นอกจากนั้น ระบบ CAD ยังสามารถแสดงภาพ layout ต่าง ๆ ของ ผลิตภัณฑ์ได้อย่างละเอียด ซึ่งทำให้กระบวนการผลิตทำได้โดยง่าย

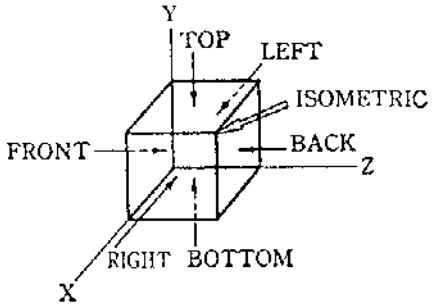
ปัญหาที่สำคัญอย่างหนึ่งของระบบ CAD คือการป้อนข้อมูล 3 มิติของวัตถุ กล่าวคือทำอย่างไรจึงจะทำให้ผู้ใช้สามารถ interface กับระบบเพื่อป้อนข้อมูล3มิติของวัตถุที่ต้องการออกแบบได้โดยสะดวก วิธีธรรมดาที่สุดทำได้โดยการให้ผู้ใช้กำหนดค่าจุดยอด 3 มิติ และขอบ (edge) ของแต่ละพื้นผิว (surface) ของวัตถุ แล้วจึงป้อนข้อมูลเหล่านี้เข้าสู่ระบบ CAD แต่วิธีนี้จะสิ้นเปลืองแรงงานและเวลาของผู้ใช้มาก ดังนั้นจึงมีการใช้เทคนิคการสร้างวัตถุ 3 มิติโดยใช้ข้อมูล 2 มิติ ของวัตถุ ซึ่งเทคนิคการหมุนรูป (surface of revolution) เป็นวิธีหนึ่งในการสร้างวัตถุ 3 มิติได้โดยง่าย เช่นการหมุนเส้นตรงรอบแกนใดแกนหนึ่งจะทำ

---

[1] ผู้ช่วยศาสตราจารย์ คณะสถิติประยุกต์ สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์
[2] นักศึกษา คณะสถิติประยุกต์ สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์

ให้ได้รูปทรงกระบอกและการหมุนวงกลมรอบ แกนก็จะทำให้ได้รูปโดนัท เป็นต้น อย่างไรก็ตาม เทคนิคนี้มักถูกใช้ในการสร้างวัตถุที่มีผิวโค้ง และมีรูปร่างสมมาตรในแนวแกนที่หมุน

ในการออกแบบทางด้านวิศวกรรม Construction Plane ซึ่งประกอบด้วยภาพด้านบน (Top view) ภาพด้านหน้า (Front view) ภาพด้านข้างขวา (Right view) ภาพด้านข้างซ้าย (Left view) ภาพด้านล่าง (Bottom view) ภาพด้านหลัง (Back view) และภาพ Isometric ดังแสดงในรูปที่ 1 ได้ ถูกใช้ในการแสดงข้อมูลของวัตถุ 3 มิติโดยใช้ข้อมูล 2 มิติของภาพเหล่านี้ และโดยการใช้ข้อมูลของบางภาพ เช่น ภาพด้านบน ภาพด้านหน้า และภาพด้านข้าง (Side view เช่นภาพด้านขวา) ซึ่งภาพเหล่านี้เรียกทั่วไปว่า Orthographic Projection ของวัตถุ วิศวกรสามารถสร้างภาพ 3 มิติ ของวัตถุได้ ในบทความนี้จึงเสนอการจำลองความสามารถของมนุษย์ในการสร้างวัตถุ 3 มิติ จาก orthographic projection เหล่านี้โดยคอมพิวเตอร์ แล้วแสดงภาพของวัตถุที่ได้ในมุมมองต่าง ๆ ซึ่งจะทำให้ผู้ใช้สามารถเห็นรูปร่างของวัตถุที่ได้สร้างขึ้นอย่างชัดเจน

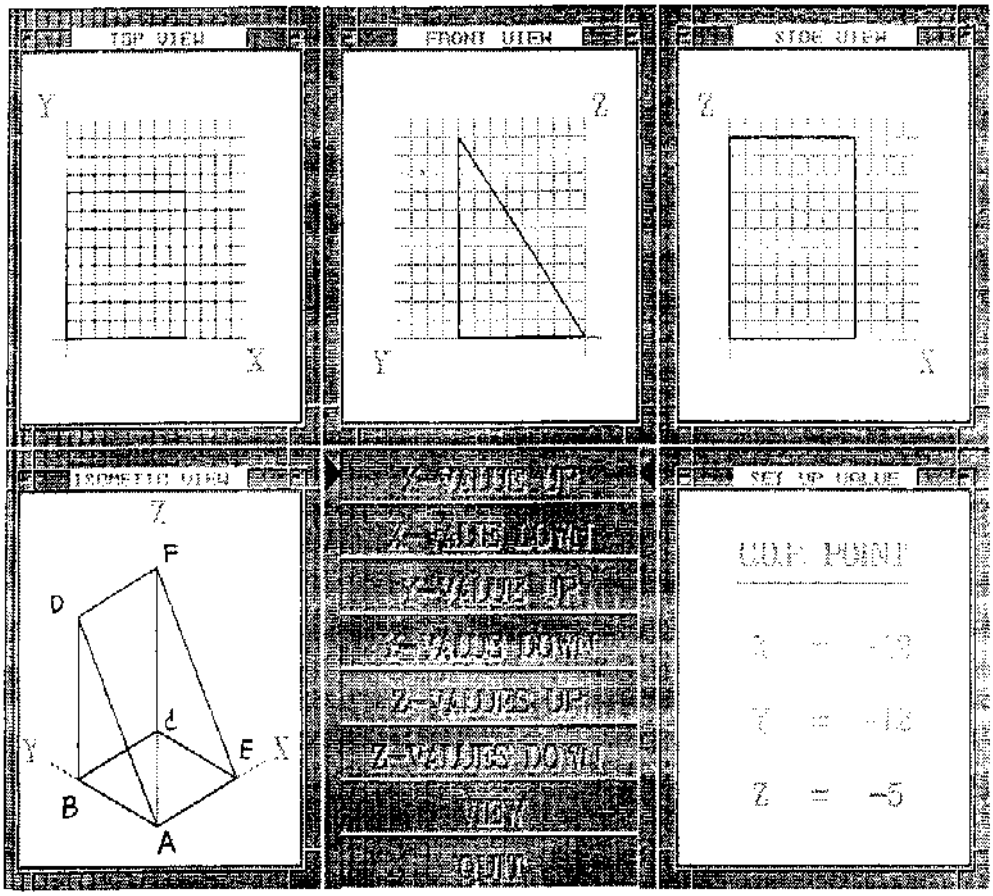


รูปที่ 1 Construction Plane

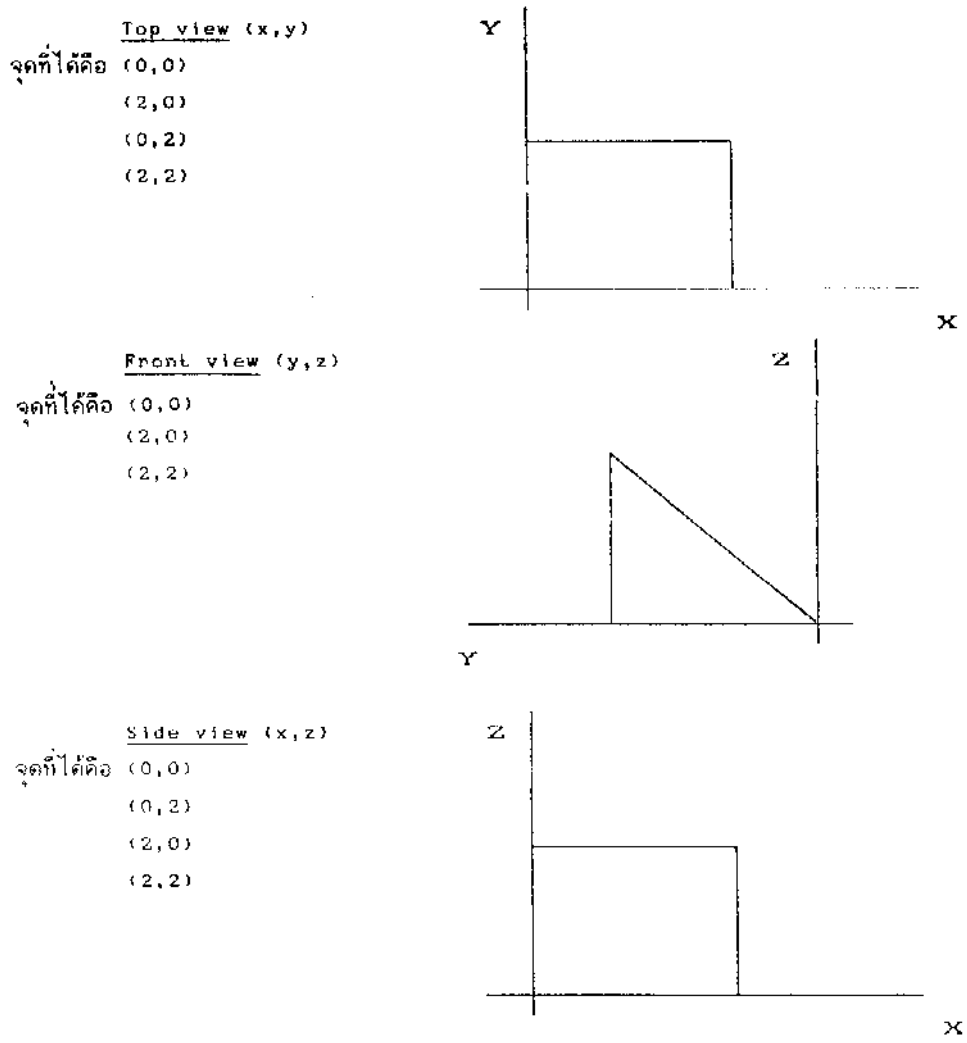
2. การสร้างวัตถุ 3 มิติ

2.1 การสร้างภาพ Orthographic Projection

ในการสร้างวัตถุ 3 มิติ จากภาพด้านบน ภาพด้านหน้า และภาพด้านข้างนั้น ผู้ออกแบบต้องสามารถสร้างภาพเหล่านี้ในระบบ 2 มิติให้ได้ถูกต้อง ดังนั้น เพื่อให้ผู้ใช้สามารถสร้างภาพเหล่านี้ได้โดยสะดวก ระบบที่เสนอนี้จึงสร้างตารางกราฟแสดงระนาบของภาพทั้งสามด้าน ดังแสดงในรูปที่ 2 โดยที่ระนาบ *X-Y*, *Y-Z* และ *X-Z* จะแสดงภาพด้านบน ภาพด้านหน้า และภาพด้านข้างตามลำดับ ด้วยระนาบเหล่านี้ ทำให้ผู้ใช้สามารถกำหนดค่า co-ordinate ของจุดยอดต่าง ๆ ของภาพและเส้นเชื่อมจุดยอดเหล่านี้ได้โดยง่าย สำหรับตัวอย่างจุดยอดที่ได้ แสดงในรูปที่ 3



รูปที่ 2 ตัวอย่างการป้อนข้อมูลภาพ Orthographic Projection



รูปที่ 3 จุดยอดของภาพ Orthographic Projection

2.2 การหาจุดยอดของวัตถุ 3 มิติ

ในการพิจารณาหาค่าจุดยอดในระบบ 3 มิติของวัตถุนั้น ใช้หลักการว่าจุดยอด 3 มิติ (*X, Y, Z*) ใดของวัตถุ จะถูก project ออกเป็นจุดยอด 2 มิติของภาพ orthographic projection แล้ว จะได้เป็นจุดยอด (*X, Y*), (*Y, Z*) และ (*Z, X*) ของภาพด้านบน ภาพด้านหน้า และภาพด้านข้างตามลำดับ ดังนั้น ค่า *Y* ของจุดยอดของวัตถุจะต้องเป็นค่าเดียวกัน เมื่อจุดยอดถูกฉายบนระนาบ *X-Y* (ภาพ ด้านบน) และระนาบ *Y-Z* (ภาพด้านหน้า) ทำนองเดียวกันค่า *Z* ต้องเป็นค่าเดียวกันในระนาบ *Y-Z* (ภาพด้านหน้า) และระนาบ *Z-X* (ภาพด้านข้าง) และค่า *X* ต้องเป็นค่าเดียวกันในระนาบ *Z-X* และ ระนาบ *X - Y* ดังนั้นจึงสามารถกล่าวได้ว่า จุด (x_t, y_t) ใน TOP view และจุด (y_f, z_f) ใน FRONT view และจุด (x_s, z_s) ใน SIDE view ที่สอดคล้องตามเงื่อนไขดังต่อไปนี้

$$(x_t = x_s) \text{ และ } (y_t = y_f) \text{ และ } (z_f = z_s)$$

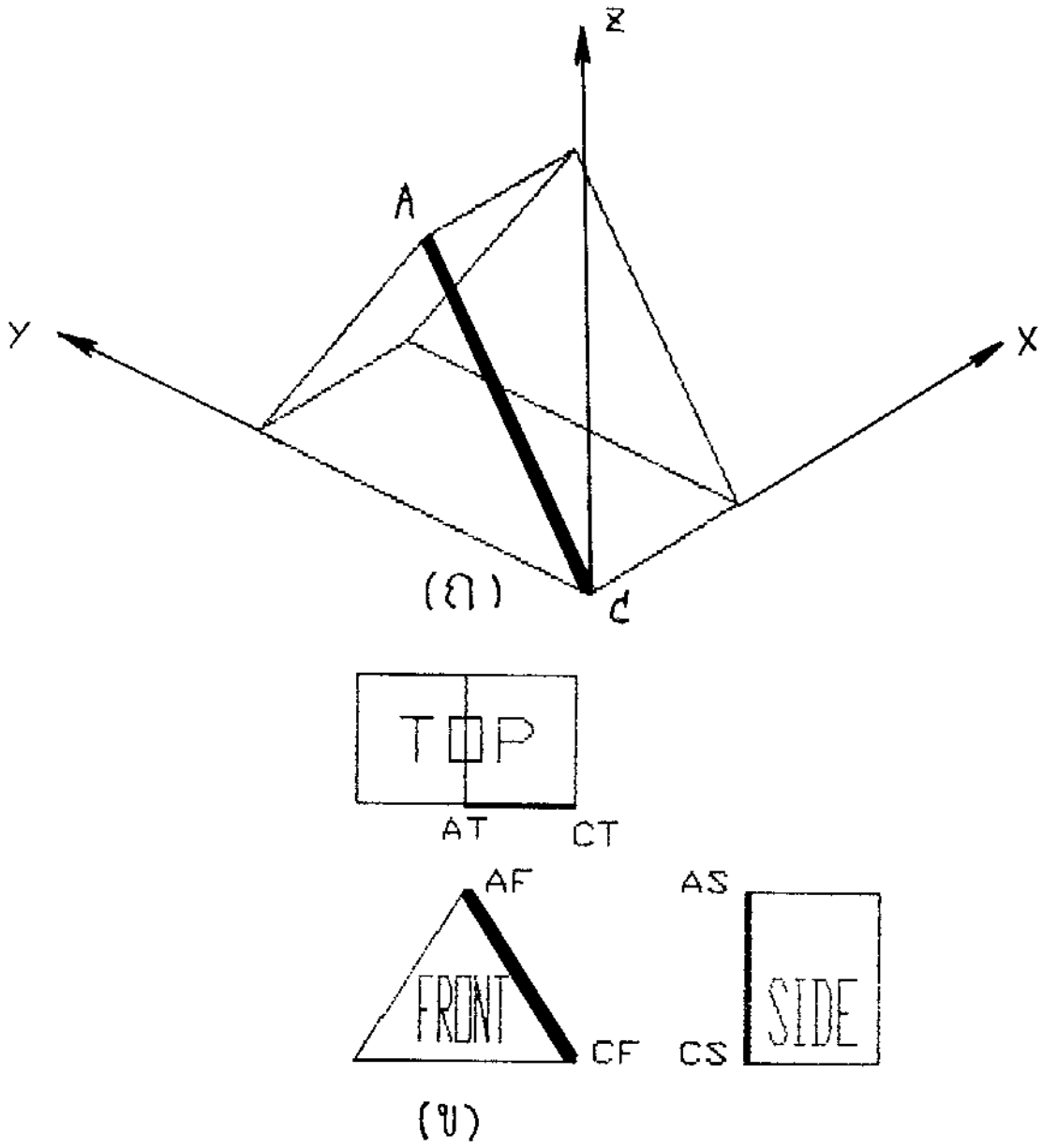
แล้ว จะสามารถสร้างจุดยอด 3 มิติของวัตถุ ซึ่งมีค่า co-ordinate (x_t, y_t, z_f) ได้

ตารางที่ 1 แสดงการหาจุดยอด 3 มิติของวัตถุจากภาพ orthographic projection ในรูปที่ 3

(x_t, y_t)	(y_f, z_f)	(x_s, z_s)	(x, y, z)
(0, 0)	(0, 0)	(0, 0)	(0, 0, 0)
(2, 0)	(0, 0)	(2, 0)	(2, 0, 0)
(0, 2)	(2, 0)	(0, 0)	(0, 2, 0)
(0, 2)	(2, 2)	(0, 2)	(0, 2, 2)
(2, 2)	(2, 0)	(2, 0)	(2, 2, 0)
(2, 2)	(2, 2)	(2, 2)	(2, 2, 2)

2.3 การหาขอบ (edge) ของพื้นผิว (surface)

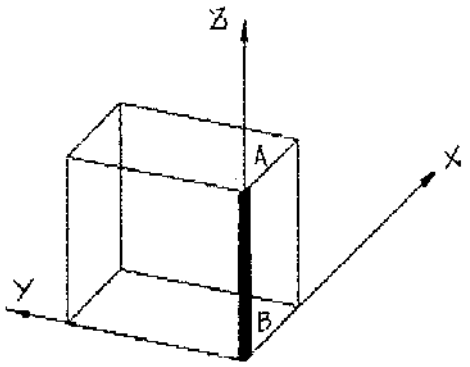
ด้วยหลักการในหัวข้อ 2.2 ทำให้สามารถหาจุดยอด 3 มิติของวัตถุ จากภาพทั้งสามด้าน ได้อย่างถูกต้อง หลังจากนั้นต้องพิจารณาว่าจะมีเส้นตรงเชื่อมระหว่างจุดใดบ้างเพื่อเป็นขอบ (edge) ของพื้นผิวของวัตถุ จากรูปที่ 4 ก. ลองพิจารณาเส้นตรง AC ซึ่งเป็นเส้นตรงเชื่อมจุด A และ C เส้นตรง AC นี้เมื่อถูกฉายลงบนระนาบของภาพทั้งสามด้าน ก็จะได้เป็นเส้นตรงของภาพ 2 มิติ คือเส้นตรงของจุด AT และ CT และเส้นตรงของจุด AF และ CF และเส้นตรงของจุด AS และ CS ดังแสดงในรูปที่ 4 ข. ดังนั้น จึงอาจกำหนดเงื่อนไขของการหาเส้นตรงเชื่อมจุดยอดของวัตถุดังต่อไปนี้



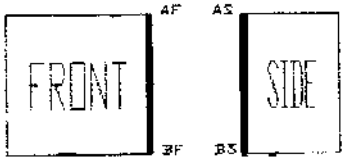
รูปที่ 4 ตัวอย่างการพิจารณาขอบของพื้นผิววัตถุในเงื่อนไข I

<u>เงื่อนไข 1</u> จุดยอด (x_1, y_1, z_1) ใด ๆ กับจุดยอด (x_2, y_2, z_2) ใด ๆ จะมีเส้นตรงเชื่อมต่อกันก็ต่อเมื่อมีเส้นตรงจากจุด (x_1, y_1) ถึงจุด (x_2, y_2) ใน TOP view และมีเส้นตรงจากจุด (y_1, z_1) ถึงจุด (y_2, z_2) ใน FRONT view และมีเส้นตรงจากจุด(x_1, z_1) ถึงจุด (x_2, z_2) ใน SIDE view

นอกจากนั้น จากรูป 5 ก. ลองพิจารณาเส้นตรง AB ซึ่งเป็นเส้นตรงเชื่อมจุด A และ B เส้นตรง AB นี้เมื่อถูกฉายลงบนระนาบของภาพทั้งสามด้าน จะได้จุด AB ใน TOP view เส้นตรงของจุด AF และ BF ใน Front view และเส้นตรงของจุด AS และ BS ใน SIDE view ดังแสดงในรูป 5 ข. ในทำนอง เดียวกัน จากรูป 6 ก. ลองพิจารณาเส้นตรง AB เมื่อถูกฉายลงบนระนาบทั้งสาม ดังแสดงในรูป 6 ข. จะได้จุด AB ใน FRONT view เส้นตรงของจุด AT และ BT ใน TOP view และเส้นตรงของจุด AS และ BS ใน SIDE view ดังนั้นจึงอาจกำหนดเงื่อนไขของการหาเส้นตรงเชื่อมจุดยอดของวัตถุดังต่อไปนี้

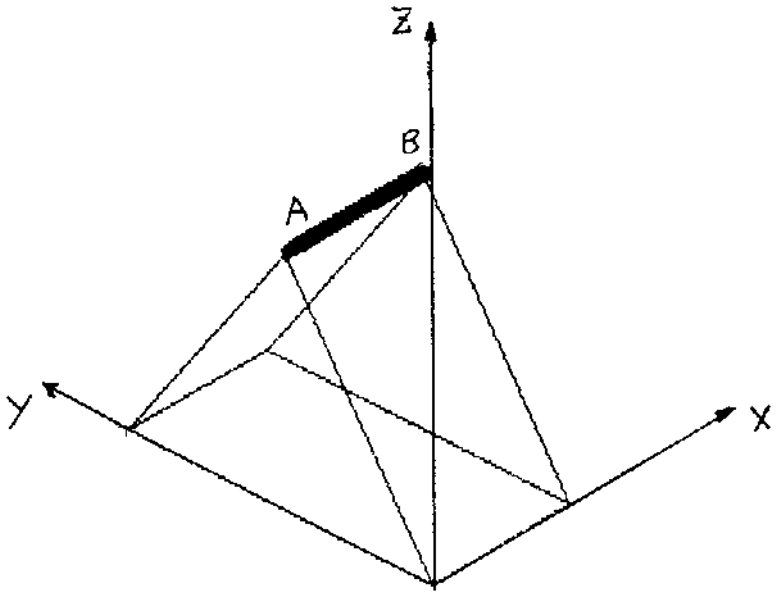


(ก)

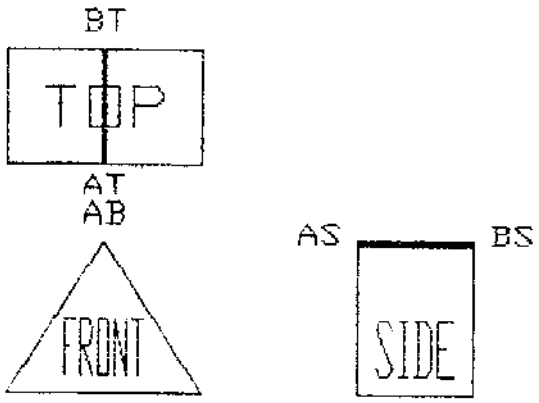


(ข)

รูปที่ 5 ตัวอย่างการพิจารณาขอบของพื้นผิววัตถุในเงื่อนไข 2-(3)



(ก)



(ข)

รูปที่ 6 ตัวอย่างการพิจารณาขอบของพื้นผิววัตถุในเงื่อนไข 2-(2)

<u>เงื่อนไข 2</u> จุดยอด (x_1, y_1, z_1) ใด ๆ กับจุด (x_2, y_2, z_2) ใด ๆ จะมีเส้นตรงเชื่อมต่อกันก็ต่อเมื่อจุดยอดทั้งสองก่อให้เกิดเส้นตรง 2 เส้น และจุดอีก 1 จุด ในระนาบทั้งสาม กล่าวคือ

(1) ถ้าเส้นตรง 2 เส้น อยู่ใน TOP view และ FRONT view แล้ว จุดอีก 1 จุด จะอยู่ใน SIDE view โดยที่ $(x_1 = x_2)$ และ $(z_1 = z_2)$ หรือ

(2) ถ้าเส้นตรง 2 เส้น อยู่ใน TOP view และ SIDE view แล้ว จุดอีก 1 จุด จะอยู่ใน FRONT view โดยที่ $(y_1 = y_2)$ และ $(z_1 = z_2)$ หรือ

(3) ถ้าเส้นตรง 2 เส้น อยู่ใน FRONT view และ SIDE view แล้ว จุดอีก 1 จุด จะอยู่ใน TOP view โดยที่ $(x_1 = x_2)$ และ $(y_1 = y_2)$

ด้วยการใช้เงื่อนไข 1 หรือเงื่อนไข 2 ข้างต้น ทำให้สามารถลากเส้นตรงเชื่อมจุดยอด 3 มิติ ซึ่งเส้นตรงเหล่านี้ ก็คือขอบของแต่ละพื้นผิวของวัตถุ ตารางที่ 2 แสดงตัวอย่างการหาเส้นตรงเชื่อมโยงจุดยอดของวัตถุที่ได้จาก ตารางที่ 1

2.4 การตรวจหาพื้นผิว (Surface) ของวัตถุ

จากหัวข้อข้างต้น ทำให้สามารถหาจุดยอดและขอบต่าง ๆ ของพื้นผิวของวัตถุได้ แต่ในการสร้างและแสดงภาพวัตถุ 3 มิติ นั้น ต้องใช้ข้อมูลของพื้นผิววัตถุว่าประกอบด้วยพื้นผิวใดบ้าง และแต่ละพื้นผิวประกอบด้วยขอบใดบ้าง ในการหาพื้นผิวของวัตถุจากจุดยอดและขอบของวัตถุที่ได้จากหัวข้อข้างต้น สามารถทำได้โดยใช้หลักการว่า จุดยอดของขอบต่าง ๆ ของพื้นผิวหนึ่ง จะอยู่ในระนาบ (plane) 2 มิติเดียวกัน ปกติแล้ว จุดใด ๆ ใน 3 มิติ จะอยู่ในระนาบใดระนาบหนึ่ง จุดนั้นจะสอดคล้องกับสมการของระนาบ (plane) ดังต่อไปนี้

$$Ax + By + Cz + D = 0 \qquad (1)$$

โดยที่ $A = \begin{bmatrix} 1 & y_1 & z_1 \\ 1 & y_2 & z_2 \\ 1 & y_3 & z_3 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} x_1 & 1 & z_1 \\ x_2 & 1 & z_2 \\ x_3 & 1 & z_3 \end{bmatrix}$

$C = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{bmatrix}$ $D = -\begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{bmatrix}$

เมื่อ $(x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2)$ และ (x_3, y_3, z_3) เป็นจุดใด ๆ บน plane ที่ไม่เป็นจุดบนเส้นตรงเดียวกัน

ดังนั้น ด้วยการนำเอาขอบ (edge) ต่าง ๆ ที่ได้จากหัวข้อ 2.3 มาพิจารณาด้วยสมการ (1) ก็จะสามารถหาขอบต่าง ๆ ของ surface เดียวกันได้ ตัวอย่างของการหาขอบของ surface *A B D* ในรูปที่ 2 ซึ่งประกอบด้วยขอบ *AB* เชื่อมระหว่างจุด (0, 0, 0) กับ (0, 2, 0) และขอบ *BD* เชื่อมระหว่างจุด (0, 2, 0) กับ (0, 2, 2) และขอบ *AD* เชื่อมระหว่างจุด (0, 0, 0) และ (0, 2, 2) แสดงไว้ในตารางที่ 3

ตารางที่ 2

Word Coordinate (x, y, z)		Top View (x, y)		Front View (y, z)		Side View (x, z)		ผลลัพธ์
จุดที่ 1	จุดที่ 2	จุดที่ 1	จุดที่ 2	จุดที่ 1	จุดที่ 2	จุดที่ 1	จุดที่ 2	
(0,0,0)	(0,2,0)	(0,0)	(0,2)	(0,0)	(2,0)	(0,0)	(0,0)	
		เส้น		เส้น		จุด		เส้น
(0,0,0)	(2,0,0)	(0,0)	(2,0)	(0,0)	(0,0)	(0,0)	(2,0)	
		เส้น		จุด		เส้น		เส้น
(0,0,0)	(2,2,0)	(0,0)	(2,2)	(0,0)	(2,0)	(0,0)	(2,0)	
		-		เส้น		เส้น		-
(0,0,0)	(0,2,2)	(0,0)	(0,2)	(0,0)	(2,2)	(0,0)	(0,2)	
		เส้น		เส้น		เส้น		เส้น
(0,0,0)	(2,2,2)	(0,0)	(2,2)	(0,0)	(2,2)	(0,0)	(2,2)	
		-		เส้น		-		-
(0,2,0)	(2,0,0)	(0,2)	(2,0)	(2,0)	(0,0)	(0,0)	(2,0)	
		-		เส้น		เส้น		-
(0,2,0)	(2,2,0)	(0,2)	(2,2)	(2,0)	(2,0)	(0,0)	(2,0)	
		เส้น		จุด		เส้น		เส้น
(0,2,0)	(0,2,2)	(0,2)	(0,2)	(2,0)	(2,2)	(0,0)	(0,2)	
		จุด		เส้น		เส้น		เส้น
(0,2,0)	(2,2,2)	(0,2)	(2,2)	(2,0)	(2,2)	(0,0)	(2,2)	
		เส้น		เส้น		-		-
(2,0,0)	(2,2,0)	(2,0)	(2,2)	(0,0)	(2,0)	(2,0)	(2,0)	
		เส้น		เส้น		จุด		เส้น
(2,0,0)	(0.2,2)	(2,0)	(0,2)	(0,0)	(2,2)	(2,0)	(0,2)	
		-		เส้น		-		-
(2,0,0)	(2,2,2)	(2,0)	(2,2)	(0,0)	(2,2)	(2,0)	(2,2)	
		เส้น		เส้น		เส้น		เส้น
(2,2,0)	(0,2,2)	(2,2)	(0,2)	(2,0)	(2,2)	(2,0)	(0,2)	
		เส้น		เส้น		-		-
(2,2,0)	(2,2,2)	(2,2)	(2,2)	(2,0)	(2,2)	(2,0)	(2,2)	
		จุด		เส้น		-		-
(0,2,2)	(2,2,2)	(0,2)	(2,2)	(2,2)	(2,2)	(0,2)	(2,2)	
		เส้น		จุด		เส้น		เส้น

ตารางที่ 3

ด้าน AB ประกอบด้วยจุด A (0, 0, 0) และ B(0, 2, 0)
จุด B (0, 2, 0) เชื่อมต่อไปยังจุด D (0, 2, 2) ทำให้เกิด plane และ จากสมการ (1) จะได้สมการของ plane นี้เป็น

$$x = 0 \qquad (2)$$

จากจุด D (0, 2, 2) มีเส้นเชื่อมต่อไปยัง F (2, 2, 2) เกิดขอบ DF จึงแทนค่าจุด F ในสมการ (2) ได้ค่าด้านซ้ายของสมการเป็น 2 ดังนั้น F ไม่อยู่ใน plane เดียวกับ ABD
นอกจากจุด D จะเชื่อมไปยัง F แล้ว จุด D ยังเชื่อมต่อไปยังจุด A ทำให้เกิดด้าน DA ซึ่งเมื่อแทนค่าจุด A ในสมการ (2) ได้ค่าสมการเป็น 0 และเมื่อพิจารณาการกลับมาถึงจุดเริ่มต้นของ surface อีกครั้ง จึงสรุปได้ว่า surface นี้ ประกอบด้วยขอบ AB, BD และ DA

3. การแสดงภาพวัตถุ 3 มิติ

จากหัวข้อข้างต้นทำให้สามารถสร้างพื้นผิวของวัตถุ 3 มิติได้ แต่ในการแสดงภาพของวัตถุนั้น แต่ละพื้นผิวซึ่งมีค่าจุดยอดอยู่ใน co-ordinate ที่สร้างวัตถุขึ้น (world co-ordinate) นี้ จะต้องถูกแปลงอยู่ใน co-ordinate ของตามอง (eye coordinate) ทำให้ได้พื้นผิวที่อยู่ใน eye coordinate หลังจากนั้นแต่ละพื้นผิวจะถูกฉายภาพลงบน window 2 มิติ โดยอาศัยการฉายภาพแบบ perspective projection แล้ว ภาพที่อยู่ในกรอบของ window จะถูก map เข้าสู่จอภาพ สำหรับหลักการแปลงค่า co-ordinate ของจุดยอดของวัตถุที่อยู่ใน world co-ordinate 3 มิติ ให้เป็นจุดบนจอภาพนั้น ได้อธิบายในบทความและตำราทั่วไป (1)-(2) บทความนี้จึงเว้นที่จะอธิบายโดยละเอียดในส่วนนี้ และเสนอผลการแสดงภาพของวัตถุ 3 มิติ ในหลายมุมมองในรูปที่ 7

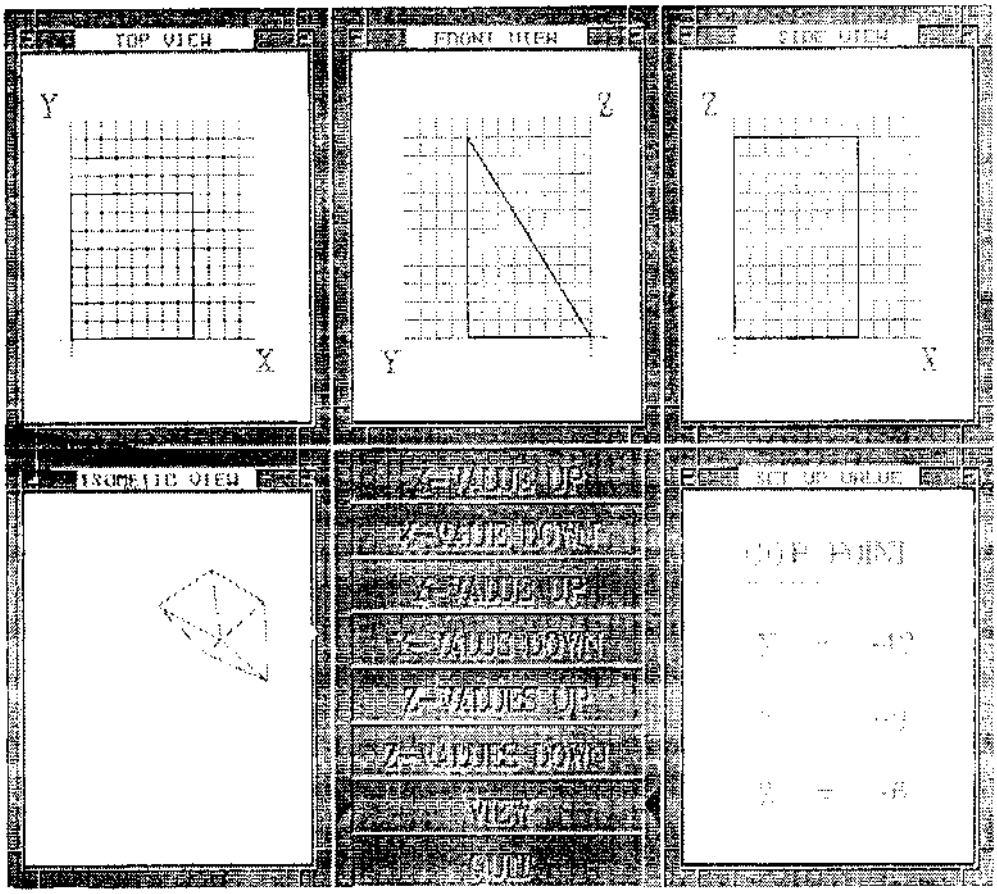
4. บทสรุป

บทความนี้เสนอการสร้างภาพของวัตถุ 3 มิติ โดยการใช้ข้อมูล 2 มิติ ของภาพ orthographic ของวัตถุ การทดลองได้แสดงภาพของวัตถุทรงเหลี่ยมในมุมมองต่าง ๆ ทำให้สามารถมองเห็นรูปทรงของวัตถุได้ชัดเจน สำหรับวัตถุที่มีส่วนโค้งจะพัฒนาในขั้นต่อไป

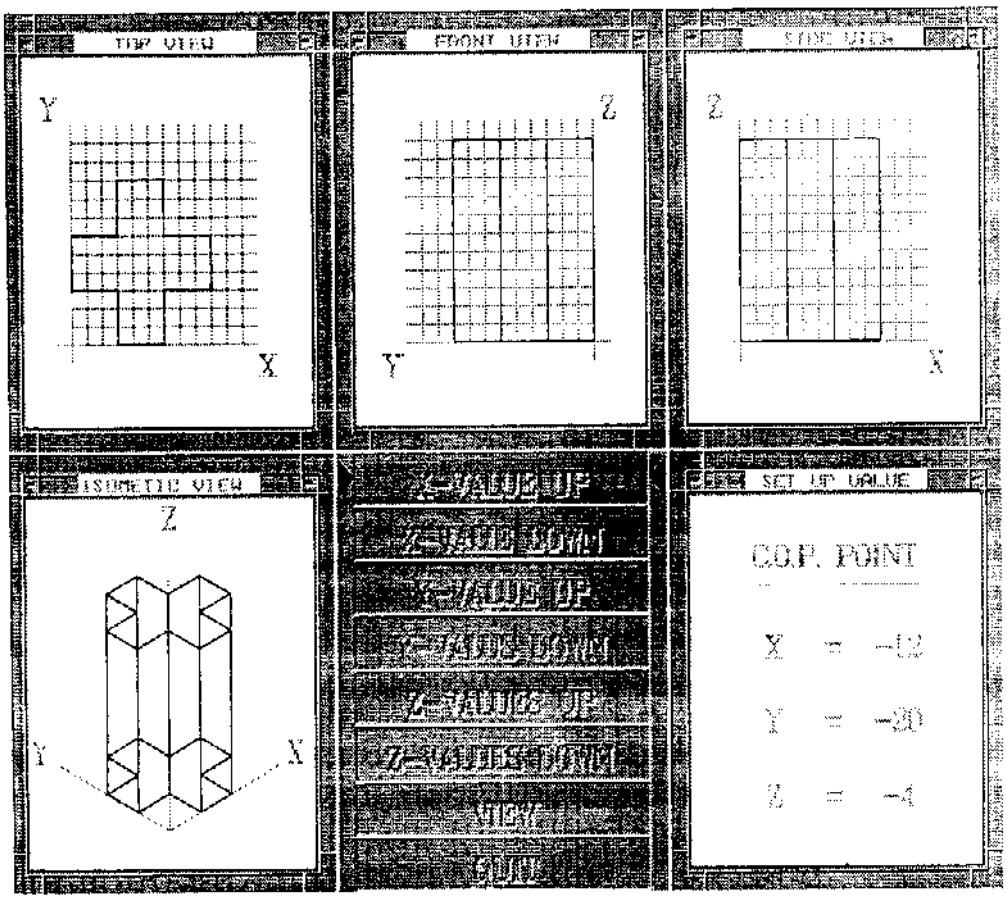
บรรณานุกรม

[1] M. Berger : *Computer Graphics with Pascal*, The Benjamin/Cummings Publishing Company, Inc.

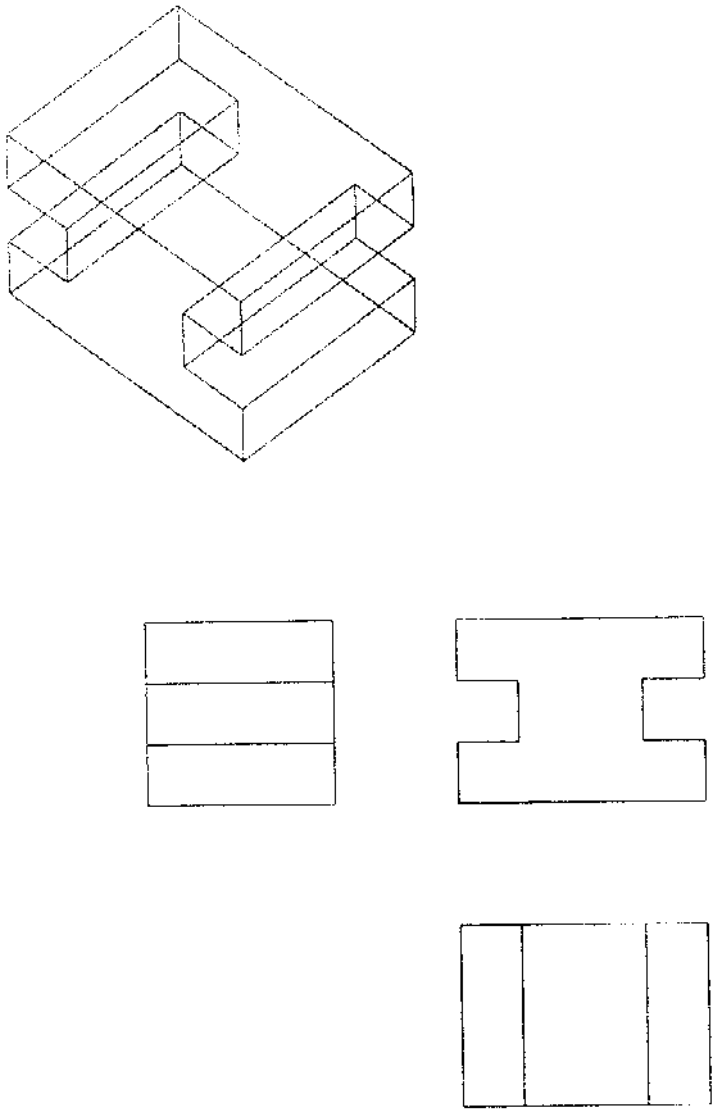
[2] D.Hearn and M. Pauline Baker : *Computer Graphics*, Prentice-Hall International.



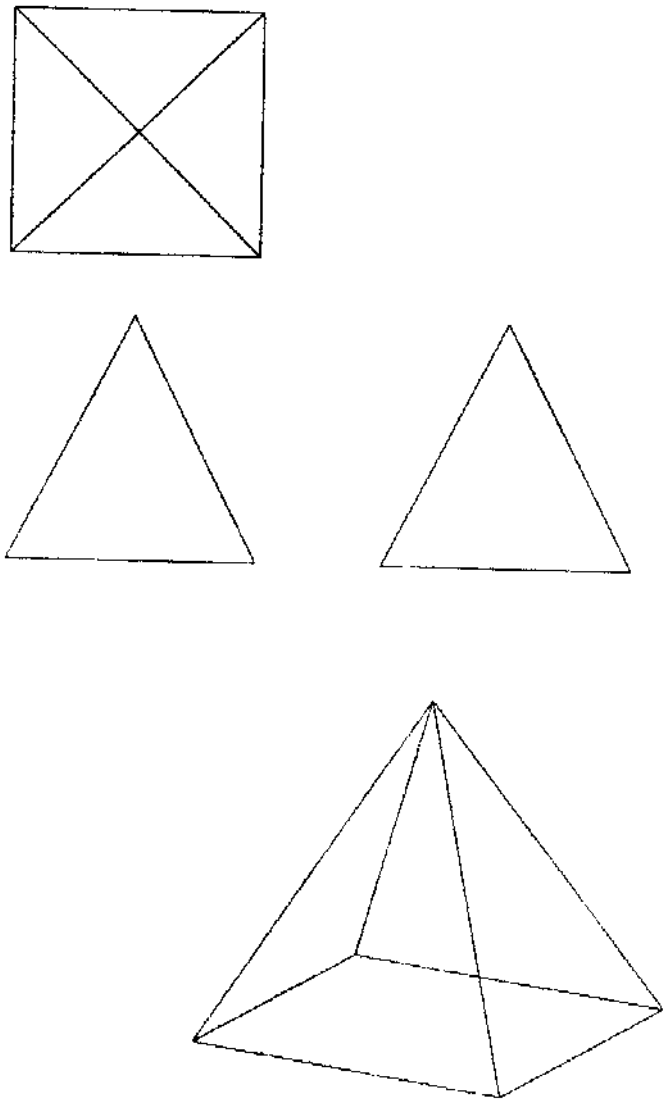
รูปที่ 7 ตัวอย่างของภาพของวัตถุที่สร้างจากภาพ Orthographic Projection



รูปที่ 7 (ต่อ) ตัวอย่างของภาพของวัตถุที่สร้างจากภาพ Orthographic Projection



รูปที่ 7 (ต่อ) ตัวอย่างของภาพของวัตถุที่สร้างจากภาพ Orthographic Projection



รูปที่ 7 (ต่อ) ตัวอย่างของภาพของวัตถุที่สร้างจากภาพ Orthographic Projection