การประยุกต์ใช้วิธีสหสัมพันธ์ของลำดับที่ในการวิเคราะห์รวม

(Application of Rank Correlation Method in The Combined Analysis)

มนัส ไพฑูรย์เจริญลาภ[1]

ABSTRACT

Combined analysis of variance is a very useful method for testing significance of interaction between treatment and site for experiment conducted at several sites. However, it cannot be applied in many cases, such as; when the experimental design at every site is not the same, when the error variances among the sites are not homogeneity, or when computer software program for the combined analysis of data for a particular advanced design is not available. When the combined analysis cannot be used, the Spearman's Rank Correlation or Kendall Coefficient of Concordance is considered. The Spearman's Rank Correlation is used for experiments which there are two sites while the Kendall Coefficient of Concordance is used for more than two sites. To investigate the efficiency of the results of testing the significance of interaction between treatment and location, the results that obtain from the proposed method in each case and the combined analysis of variance are compared. The 20 sets of data with 2, 3 or 4 locations from rice variety trials and the 16,200 set of data which are generated under the assumption of analysis of variance for RCBD are used. The results indicate that Spearman's Rank Correlation and Kendall Coefficient of Concordance would give the percentage of times for getting the same results as combined analysis not less than 85% if the number of treatment is not less than 11 and greater than 5 , respectively. The percentage of times for getting the same results decrease when the C.V. of the experiment increase.

---

[1] ภาควิชาสถิติประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

บทคัดย่อ

การวิเคราะห์ความแปรปรวนรวมเป็นวิธีการหนึ่งที่ใช้ทดสอบปฏิกิริยาสัมพันธ์ระหว่างทรีตเมนต์และสถานที่ สำหรับงานวิจัยที่ใช้ทรีตเมนต์ร่วมกันและทำการทดลองซ้ำมากกว่าหนึ่งสถานที่ แต่ในการวิเคราะห์โดยวิธีนี้มีข้อจำกัดหลายด้านเป็นต้นว่า แบบแผนของงานทดลองในทุกสถานที่ต้องเป็นแบบแผนเดียวกัน ต้องมีค่าความคลาดเคลื่อนของงานทดลองไม่แตกต่างกันจึงจะสามารถวิเคราะห์ได้ และในบางกรณีโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับการวิเคราะห์ยังมีจำกัดอยู่เพียงไม่กี่แผนแบบ ซึ่งมีผลทำให้ไม่สามารถใช้วิธีวิเคราะห์ความแปรปรวนรวมได้ ดังนั้นจึงนำวิธีสหสัมพันธ์ของลำดับที่มาใช้เป็นทางเลือก ซึ่งได้แก่ วิธี Spearman's Rank Correlation ใช้สำหรับกรณี 2 สถานที่ และวิธี Kendall Coefficient of Concordance ใช้สำหรับกรณีมากกว่า 2 สถานที่ โดยทำการศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพกับวิธีวิเคราะห์ความแปรปรวนรวม ซึ่งพิจารณาจากความสอดคล้องของผลการทดสอบปฏิกิริยาสัมพันธ์ ข้อมูลที่ใช้มี 2 กลุ่ม กลุ่มแรกมาจากงานทดลองเปรียบเทียบพันธุ์ข้าวในนาราษฎร์ จำนวน 20 ชุด แต่ละชุดมี 2 ถึง 4 สถานที่ ซึ่งงานทดลองในแต่ละสถานที่วางแผนแบบ RCBD กลุ่มที่สองเป็นข้อมูลจำลองที่สร้างขึ้นโดยให้สอดคล้องกับเงื่อนไขของการวิเคราะห์ความแปรปรวน สำหรับแผนแบบ RCBD จำนวน 16,200 ชุด ซึ่งประกอบด้วยจำนวนทรีตเมนต์และสถานที่ต่างๆกัน ผลการวิเคราะห์สรุปได้ว่า วิธี Spearman's Rank Correlation ให้ผลการทดสอบสอดคล้องตั้งแต่ร้อยละ 85 หรือใช้ทดแทนวิธีวิเคราะห์ความแปรปรวนรวมได้ดีเมื่องานทดลองมีจำนวนทรีตเมนต์ตั้งแต่ 11 ขึ้นไป สำหรับวิธี Kendall Coefficient of Concordance ใช้ได้ดีเมื่อมีจำนวนทรีตเมนต์มากกว่า 5 โดยที่ร้อยละของจำนวนข้อมูลที่ให้ผลสอดคล้องหรือประสิทธิภาพในการทดแทนจะลดลงเมื่องานทดลองมี CV สูงขึ้น

คำหลัก : การวิเคราะห์ความแปรปรวนรวม สหสัมพันธ์ของลำดับที่ Spearman's Kendall

คำนำ

ในงานวิจัยทางการเกษตรที่ทำการทดลองซ้ำมากกว่า 1 ครั้ง โดยใช้ทรีตเมนต์ (treatment) เหมือนเดิมแต่เปลี่ยนแปลงสภาพแวดล้อม เช่นสถานที่ (location) หรือ ฤดูปลูก (season) เพื่อศึกษาการตอบสนองต่อทรีตเมนต์ของพืชว่าจะมีการเปลี่ยนแปลงหรือไม่เมื่อสภาพแวดล้อมเปลี่ยนแปลงไป อิทธิพลของสภาพแวดล้อมที่มีผลต่อการเปรียบเทียบทรีตเมนต์หรือความสัมพันธ์ระหว่างสภาพแวดล้อมกับทรีตเมนต์นี้เรียกว่า ปฏิกิริยาสัมพันธ์ (interaction) มีการศึกษาที่เกี่ยวข้องกับผลของปฏิกิริยาสัมพันธ์นี้อย่างกว้างขวาง เป็นต้นว่า การศึกษาถึงความสัมพันธ์ของลักษณะพันธุกรรมของพืชกับสภาพแวดล้อม (Comstock และ Moll, 1963) การศึกษาอิทธิพลสภาพแวดล้อมต่างๆกับการเปรียบเทียบพันธุ์ โดย Perkins และ Jinks (1968) และ Shorter และคณะ (1977) การศึกษาถึงความสามารถในการปรับตัว (adaptabiliy) โดย Finlay และ Wilkinson (1963) และ Shorter และคณะ (1977) ผลการศึกษาปฏิกิริยาสัมพันธ์นี้ช่วยให้งานทดลองสามารถสรุปผลได้กว้างขวางยิ่งขึ้นและนำไปขยายผลเพื่อปรับใช้ได้อย่างเหมาะสมและมีประสิทธิภาพ

ในการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อทดสอบความมีนัยสำคัญทางสถิติ หรือความมีอยู่จริงของปฏิกิริยาสัมพันธ์โดยทั่วไปใช้วิธีการวิเคราะห์ความแปรปรวนรวม (Combined Analysis of Variance) แต่ในการที่จะนำวิธีนี้ไปใช้ได้นั้นมีข้อจำกัดหลายด้าน เช่น แบบแผนงานทดลองของทุกสภาพแวดล้อมที่จะนำมาวิเคราะห์นั้นต้องเป็นแบบแผนเดียวกัน ต้องมีค่าความคลาดเคลื่อนของงานทดลอง (Experimental error) ไม่แตกต่างกัน และเมื่อข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์จำเป็นต้องมีการแปลงข้อมูลทุกสภาพแวดล้อมต้องแปลงข้อมูลในรูปแบบเดียวกัน นอกเหนือจากนี้โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับการวิเคราะห์ความแปรปรวนรวมนี้ยังมีจำกัดอยู่เพียงไม่กี่แผนแบบ จากข้อจำกัดเหล่านี้ทำให้หลายงานทดลองไม่สามารถใช้วิธีการวิเคราะห์ความแปรปรวนรวมได้ด้วยเหตุนี้จึงจำเป็นต้องมีการศึกษาหาวิธีการเพื่อเป็นทางเลือก

วิธีสหสัมพันธ์ของลำดับที่เป็นวิธีการวิเคราะห์ทางสถิติซึ่งจัดอยู่ในประเภทนอนพารา-เมตริก (Nonparametric) ใช้ทดสอบความสัมพันธ์ของลำดับที่ (Rank) ของข้อมูล 2 ชุดหรือมากกว่า โดยการวิเคราะห์สหสัมพันธ์ของข้อมูลที่เป็นลำดับที่ (Siegel, 1956) ซึ่งวิธีการนี้อาจนำมาประยุกต์เพื่อใช้ทดสอบปฏิกิริยาสัมพันธ์ระหว่างทรีตเมนต์และสภาพแวดล้อม โดยมีแนวคิดว่าถ้าไม่มีปฏิกิริยาสัมพันธ์ระหว่างทรีตเมนต์กับสภาพแวดล้อม ลำดับที่ของค่าเฉลี่ยของทรีตเมนต์ (treatment means) จะไม่เปลี่ยนแปลงไปตามสภาพแวดล้อม ค่าสหสัมพันธ์ของลำดับที่จะมีค่าสูง

และมีนัยสำคัญ ดังนั้นจึงได้ทำการศึกษาเพื่อสังเกตุและทดสอบประสิทธิภาพของวิธีสหสัมพันธ์ของลำดับที่โดยเปรียบเทียบผลที่ได้กับวิธีวิเคราะความแปรปรวนรวม ข้อมูลที่ใช้ได้จากงานทดลองจริงและจากข้อมูลที่สร้างขึ้น (generated data) เพื่อให้มีจำนวนชุดข้อมูลมากพอและหลีกเลี่ยงปัญหาข้อมูลเบี่ยงเบนไปจากข้อกำหนดสำหรับการวิเคราะห์ความแปรปรวน (Assumptions for analysis of variance)

อุปกรณ์และวิธีการ

1. ข้อมูลที่ใช้

1.1 ข้อมูลผลผลิตเฉลี่ย (กิโลกรัมต่อไร่) จากงานทดลองเปรียบเทียบพันธุ์ข้าวในนาราษฎร์ ปี 2530-2537 จำนวน 20 ชุด ที่
เก็บรวบรวมไว้ ณ ฝ่ายวิชาการสถิติ กองแผนงานและวิชาการ กรมวิชาการเกษตร โดยข้อมูลแต่ละชุดประกอบด้วย 2, 3 หรือ 4 งานทดลอง จากต่างสถานที่ (locations) ซึ่งแต่ละงานทดลองมีการวางแผนแบบ Randomized Complete Block Design (RCBD) มีจำนวนทรีตเมนต์ตั้งแต่ 5 ถึง 24 จำนวนซ้ำเท่ากับ 3 หรือ 4

1.2 ข้อมูลที่สร้างขึ้น (generated data) สร้างจากโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่เขียนขึ้นด้วยภาษา Fortran 77 โดยสร้างข้อมูลให้เป็นไปตามเงื่อนไขหรือข้อกำหนดที่จำเป็นสำหรับการวิเคราะห์ความแปรปรวนตามแผนแบบ RCBD ดังนี้

- ค่าความคลาดเคลื่อน (error) จะเป็นอิสระไม่ขึ้นอยู่กับค่าใดๆ (independent) และมีการกระจายแบบปกติ (Normal distribution) มี ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และค่า ความแปรปรวนคงที่เท่ากับ σ^2
- ผลรวมของอิทธิพลของทุกทรีตเมนต์ ผลรวมของอิทธิพลของบล็อคและของสถานที่เท่ากับ 0
- อิทธิพลของทรีตเมนต์ บล็อค และสถานที่เป็นแบบบวก

ค่าสังเกตของแต่ละแปลงย่อยได้จากการรวมค่าต่าง ๆ ที่สร้างขึ้นเข้าด้วยกัน ตามสมการดังนี้

$$Y_{ijk} = \mu + T_i + B_{jk} + aL_k + b(T_i x L_k) + E_{ijk} \quad , \quad i = 1, 2...t \quad ...(1)$$

$$j = 1, 2...r$$

$$k = 1, 2...l$$

โดย Y_{ijk} คือ ค่าสังเกตุที่ได้รับทรีตเมนต์ที่ i บล็อคที่ j และสถานที่ k

μ คือค่าคงที่

T_i คือ ค่าอิทธิพลของทรีตเมนต์ที่ i

L_k คือ ค่าอิทธิพลของสถานที่ k

B_{jk} คือ ค่าอิทธิพลของบล็อคที่ j ในสถานที่ k

$T_i \times L_k$ คือ ค่าอิทธิพลของปฏิกิริยาสัมพันธ์ระหว่างทรีตเมนต์ที่ i และสถานที่ k

a และ b คือ ค่าคงที่ โดยที่ a=b เมื่อ $b \neq 0$ และ a=1 เมื่อ b=0

E_{ijk} คือ ค่าความคลาดเคลื่อนสำหรับทรีตเมนต์ที่ i บล็อคที่ j สถานที่ k ซึ่งมีการกระจายแบบปกติมีค่าเฉลี่ย = 0 ความแปรปรวน = σ^2

ในการกำหนดค่าของตัวแปรและจำนวนชุดข้อมูลที่สร้างขึ้นทั้งหมด เนื่องจากค่า C.V. (Coefficient of Variation) มาตรฐานของงานทดลองทางการเกษตรส่วนใหญ่มีค่าอยู่ระหว่าง 10-30 % (ตารางที่ 1) ดังนั้นจึงกำหนดให้ข้อมูลที่สร้างขึ้นมีค่า C.V.= 10, 20 และ 30 % ตามลำดับค่าความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อนคำนวนได้จากสูตรดังนี้

$$\sigma^2 = \frac{(C.V. x \mu)^2}{100}$$ และกำหนดให้ ค่า μ = 300

จำนวนสถานที่ (location : l) = 2, 4 และ 6

จำนวนทรีตเมนต์ (treatment : t) = 5, 7, 9, 11, 13 และ 15

จำนวนบล็อค (block : r) = 4

ค่า b = 0, 1 และ 2

จำนวนชุดข้อมูลสำหรับแต่ละค่าของตัวแปรที่กำหนดให้ = 100 ชุด

ดังนั้นจำนวนชุดข้อมูลที่สร้างขึ้นทั้งหมด = (3 x 3 x 6 x 1 x 3) x 100 = 16200 ชุด

ตารางที่ 1 แสดงค่าเฉลี่ยและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของสัมประสิทธิ์ของความแปรปรวน มาตรฐานของผลผลิตจำแนกตามลักษณะงานทดลองของข้าวและพืชไร่ต่างๆ

ชนิดพืช	งานเปรียบเทียบพันธุ์	งานเขตกรรม
ข้าวนาสวน	10 ± 4	12 ± 5
ข้าวขึ้นน้ำ	15 ± 4	19 ± 9
ข้าวโพด	17 ± 9	16 ± 10
ข้าวฟ่าง	19 ± 8	16 ± 7
ถั่วเหลือง	19 ± 6	20 ± 9
ถั่วเขียว	20 ± 7	20 ± 2
ถั่วลิสง	16 ± 5	20 ± 6
ฝ้าย	18 ± 8	22 ± 10
มันสำปะหลัง	19 ± 7	16 ± 6

แหล่งที่มา บทคัดย่อผลงานวิจัยปี 2529 ฝ่ายวิเคราะห์ทางสถิติ กองแผนงานฯ กรมวิชาการเกษตร

2. การวิเคราะห์ข้อมูล

2.1 ขั้นตอนการวิเคราะห์ข้อมูลสำหรับข้อมูลแต่ละชุด

ขั้นที่ 1 วิเคราะห์ความแปรปรวน โดยวิธี RCBD ที่มีจำนวนทรีตเมนต์ = t และจำนวนซ้ำ = 4 สำหรับข้อมูลที่สร้างขึ้นในแต่ละสถานที่จนครบ l สถานที่ซึ่ง

ขั้นที่ 2 ตรวจสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (Error Mean Squares, EMS) ระหว่างสถานที่ โดยพิจารณาเปรียบเทียบค่า EMS สูงสุดกับค่าต่ำสุดต้องมีค่าต่างกันไม่เกิน 3 เท่า ถ้าเกินก็ตัดสถานที่ซึ่งมีค่า EMS สูงสุดออกแล้วดำเนินการสร้างข้อมูลสำหรับสถานที่นั้นใหม่ตามหัวข้อ 1.2 แล้วทำการทดสอบความแตกต่างอีกครั้ง

ขั้นที่ 3 วิเคราะห์ความแปรปรวนรวม

ขั้นที่ 4 คำนวณหาลำดับที่ของค่าเฉลี่ยของทรีตเมนต์ในแต่ละสถานที่

ขั้นที่ 5 - กรณีข้อมูลมี 2 สถานที่ (l = 2) ทำการวิเคราะห์สหสัมพันธ์ของลำดับที่โดยวิธี Spearman's Rank Correlation

- กรณีมีมากกว่า 2 สถานที่ (l = 4 และ 6) ทำการวิเคราะห์สหสัมพันธ์ของลำดับที่โดยวิธี Kendall Coefficient of Concordance

ขั้นที่ 6 เปรียบเทียบผลการทดสอบปฏิกิริยาสัมพันธ์ระหว่างวิธีวิเคราะห์ความแปรปรวนรวมกับวิธีของ Spearman's หรือ Kendall's โดยใช้หลักในการพิจารณาดังนี้ ถ้าทั้งสองวิธีให้ผลการทดสอบสอดคล้องกับวิธีวิเคราะห์ความแปรปรวนรวมตั้งแต่ร้อยละ 80 ขึ้นไปถือว่าวิธีการทั้งสองสามารถทดแทนวิธีวิเคราะห์ความแปรปรวนรวมได้ดี

2.2 การวิเคราะห์ความแปรปรวนรวม (Combined Analysis of Variance)

วิธีนี้ใช้ทดสอบปฏิกิริยาสัมพันธ์ระหว่างทรีตเมนต์และสถานที่ ความแตกต่างของทรีตเมนต์และความแตกต่างของสถานที่ สำหรับงานทดลองที่ทำตั้งแต่ 2 สถานที่ขึ้นไป โดยแต่ละสถานที่มีการวางแผนงานทดลองแผนแบบเดียวกัน และค่า EMS ของแต่ละสถานที่ไม่แตกต่างกันทางสถิติ รายละเอียดของขั้นตอนการคำนวณมีในหนังสือวิชาการสถิติที่เกี่ยวกับการวางแผนงานทดลอง ซึ่งมีอยู่โดยทั่วไป เช่น Steel and Torrie (1956) และ Gomez and Gomez (1981) ตารางแสดงผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนรวมสำหรับงานทดลองที่วางแผนแบบ RCBD มีรูปแบบดังตารางที่ 2 ผลการทดสอบปฏิกิริยาสัมพันธ์ระหว่างสถานที่และทรีตเมนต์จะมีนัยสำคัญถ้าค่า Computed F ของ Location x Treatment มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับค่า F ในตาราง แต่ถ้ามีค่าน้อยกว่าแสดงว่าปฏิกิริยาสัมพันธ์ไม่มีนัยสำคัญ

ตารางที่ 2 Combined Analysis of Variance ของข้อมูลงานทดลอง l สถานที่ (location) โดยงานทดลองในแต่ละสถานที่วางแผนแบบ RCBD มี t ทรีตเมนต์ (treatment) และมี r ซ้ำ (replication)

SV.	df.	Mean Square	Computed F
Location	l-1	LMS	LMS/RMS
Rep.within Location	l(r-1)	RMS	
Treatment	t-1	TMS	TMS/EMS
Location x Treatment	(l-1)(t-1)	(LxT)MS	(LxT)MS/EMS
Pooled Error	l(r-1)(t-1)	EMS	

2.3 การวิเคราะห์โดยวิธี Spearman's Rank Correlation Coefficient, r_S

วิธีนี้ใช้ทดสอบนัยสำคัญของค่าสหสัมพันธ์อย่างง่ายของลำดับที่ของค่าเฉลี่ยของทรีตเมนต์ในกรณีที่มีจำนวนสถานที่เพียง 2 แห่ง วิธี Spearman's Rank Correlation Coefficient (Siegel, 1956) นั้นมีแนวคิดว่าถ้าลำดับที่ของทรีตเมนต์ระหว่างสองสถานที่เหมือนกันหรือไม่แตกต่างกัน ค่าสหสัมพันธ์จะมีค่าสูงและมีนัยสำคัญ หรืออาจกล่าวได้ว่าไม่มีปฏิกิริยาสัมพันธ์ระหว่างทรีตเมนต์และสถานที่ เมื่อลำดับที่ของทรีตเมนต์ในแต่ละสถานที่มีความแตกต่างกัน ค่าสหสัมพันธ์จะมีค่าลดลง และเมื่อความแตกต่างนั้นมีค่าเพิ่มขึ้นจนค่าสหสัมพันธ์ไม่มีนัยสำคัญ จะสามารถกล่าวได้ว่าปฏิกิริยาสัมพันธ์ระหว่างทรีตเมนต์และสถานที่มีนัยสำคัญ

ขั้นตอนการคำนวณ

ขั้นที่ 1 จัดลำดับที่ของค่าเฉลี่ยของทรีตเมนต์ในแต่ละสถานที่

กำหนดให้ X_{ik} เป็นลำดับที่ของทรีตเมนต์ที่ i ในสถานที่ที่ k, $i = 1, 2,...,t$ และ $k = 1, 2$

$$x_{ik} = X_{ik} - \overline{X}_k$$

เมื่อ $\overline{X}_k$ เป็นค่าเฉลี่ยของลำดับที่ของทรีตเมนต์ในสถานที่ที่ k , $k = 1, 2$

ขั้นที่ 2 คำนวณหาค่า Simple correlation ของลำดับที่ r_S จากสูตร

$$r_s = \frac{\sum x_{i1}x_{i2}}{\sqrt{\sum x_{i1}^2 \sum x_{i2}^2}} \qquad .....(2)$$

ขั้นที่ 3 - กรณีจำนวนทรีตเมนต์มีค่าไม่เกิน 10 เปรียบเทียบค่าที่คำนวณได้กับค่าในตาราง ของ Spearman ในตาราง 1A ที่ N = t ระดับความเชื่อมั่น .05 (หรือ .01) ถ้าค่าที่คำนวณได้เท่ากับหรือสูงกว่าค่าในตาราง แสดงว่ามีนัยสำคัญทางสถิติ หมายความว่าไม่มี interaction ระหว่างทรีตเมนต์และสถานที่

- กรณีเมื่อจำนวนทรีตเมนต์มากกว่า 10 จะถือเป็นกรณีจำนวนตัวอย่างมาก

การทดสอบ r_S จะใช้ค่า t_S ดังนี้

$$t_s = r_s\sqrt{(t-2)/(1-r_s^2)}$$

เปรียบเทียบค่าที่คำนวณได้กับค่า t จากตาราง ที่ degree of freedom t-2 ระดับความเชื่อมั่น =.05 (หรือ .01) ถ้าค่าที่คำนวณได้เท่ากับหรือสูงกว่าค่าในตารางแสดงว่ามีนัยสำคัญทางสถิติ และสรุปได้ว่าไม่มี interaction ระหว่างทรีตเมนต์และสถานที่

กรณีเมื่อลำดับที่ของค่าเฉลี่ยของทรีตเมนต์ในแต่ละสถานที่มีค่าซ้ำกัน (Tied Observation) ค่า r_S ต้องทำการปรับค่าเพื่อลดอคติ ค่าที่ใช้ปรับคำนวณได้จากสูตร

$$T_k = \sum_m \frac{(t_{mk}^3 - t_{mk})}{12} \qquad \text{.....(3)}$$

T_k = ค่าที่ใช้ปรับสำหรับสถานที่ k, k = 1, 2

t_{mk} = จำนวนที่มีค่าซ้ำของลำดับที่ m สำหรับสถานที่ k, k = 1, 2

ค่า adjusted r_S คำนวณได้จากสูตร

$$\text{Adjusted } r_S = \frac{\sum x_{i1}x_{i2}}{\sqrt{\left(\sum x_{i1}^2 - T_1\right)\left(\sum x_{i2}^2 - T_2\right)}} \qquad \text{.....(4)}$$

นำค่า Adjusled r_S ที่คำนวณได้เปรียบเทียบกับค่าในตาราง ทำนองเดียวกับที่กล่าวแล้วข้างต้น

2.4 การวิเคราะห์โดยวิธี Kendall Coefficient of Concordance, W

เมื่อจำนวนสถานที่มีมากกว่า 2 แห่ง การทดสอบโดยวิธี Spearman's Rank Correlation Coefficient จะไม่เหมาะสม เนื่องจากต้องทดสอบครั้งละ 2 สถานที่จนครบทุกคู่ ทำให้ยุ่งยากในการคำนวณและการสรุป ดังนั้นจึงจะใช้วิธี Kendall Coefficient of Concordance (Siegel,1956) วิธีนี้เป็นการทดสอบความแตกต่างของลำดับที่ของค่าเฉลี่ยของทรีตเมนต์ โดยคำนวณค่าสัมประสิทธิ์ของความสอดคล้อง (W) ซึ่งมีความสัมพันธ์แบบเส้นตรงกับค่าเฉลี่ยของ r_S ที่คำนวณมาจากทุกคู่ของสถานที่อย่างไรก็ตามการทดสอบโดยวิธีนี้จะสามารถใช้ได้เมื่อมีจำนวน

ทรีตเมนต์ไม่น้อยกว่า 3 ในกรณีที่จำนวนทรีตเมนต์เท่ากับ 3 จำนวนสถานที่ควรมากกว่า 6

ขั้นตอนการคำนวณ

ขั้นที่ 1 จัดลำดับที่ของค่าเฉลี่ยของทรีตเมนต์ในแต่ละสถานที่

ขั้นที่ 2 ในแต่ละทรีตเมนต์คำนวณหาผลรวมของค่าลำดับที่ของค่าเฉลี่ยของทรีตเมนต์ที่ i ในทุกสถานที่, R_i ดังนี้

$$R_i = \sum X_{ik} \quad , \; i = 1,2,....,t$$
$$k = 1,2,...,l$$

ขั้นที่ 3 คำนวณของค่า W จากสูตร

$$W = \frac{S}{\frac{1}{12}l^2(t^3 - t)} \qquad .....(5)$$

เมื่อ $$S = \sum_i \left(R_i - \frac{\sum R_i}{t} \right)^2 \qquad i = 1, 2,...t \qquad .....(6)$$

ขั้นที่ 4 - กรณีเมื่อจำนวนทรีตเมนต์ไม่เกิน 7 เนื่องจากค่า S มีความสัมพันธ์แบบเส้นตรงกับค่า W ในการทดสอบความมีนัยสำคัญของ S จะสอดคล้องกับผลการทดสอบค่า W ทำการเปรียบเทียบค่า S ที่คำนวณได้กับค่าในตาราง 2A ถ้าค่าที่คำนวณได้เท่ากับหรือสูงกว่าค่าในตารางแสดงว่ามีนัยสำคัญทางสถิติ หมายความว่าไม่มี interaction ระหว่างทรีตเมนต์และสถานที่

- กรณีเมื่อมีจำนวนทรีตเมนต์มากกว่า 7 จะถือเป็นกรณีจำนวณตัวอย่างมาก การทดสอบ interaction จะใช้ Chi-squares ดังนี้

$$\chi^2 = l(t-1)W \qquad .....(7)$$

เปรียบเทียบค่าที่คำนวณได้กับ Chi-squares จากตาราง ที่ degree of freedom เท่ากับ t-1 ถ้าค่าที่คำนวณได้เท่ากับหรือสูงกว่าค่าในตาราง แสดงว่ามีนัยสำคัญทางสถิติหรือไม่มี interaction ระหว่าง ทรีตเมนต์และสถานที่

กรณีเมื่อลำดับที่ของทรีตเมนต์มีค่าซ้ำกัน (Tied Observation) ค่า W ต้องทำการปรับค่าโดยค่าดังนี้

$$\text{adjusted W} = \frac{S}{\frac{1}{12}l^2(t^3-t)-1\sum_k T_k} \qquad \text{.....(8)}$$

เมื่อ T_k คำนวณจากสูตรในสมการ (3) , k=1, 2,..., l

นำค่า adjusted W ที่คำนวณได้แทนในสมการ (7) และทำการทดสอบเช่นเดียวกับที่กล่าวแล้วข้างต้น

ผลการทดลอง

ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนสำหรับ RCBD ของข้อมูลงานทดลองเปรียบเทียบพันธุ์ข้าวในนาราษฎร์ที่อำเภอปากเกร็ด และอำเภอเสาไห้ ปี 2535 แสดงในตารางที่ 3 พบว่าค่า EMS ของทั้ง 2 สถานที่มีความแตกต่างกันไม่เกิน 3 เท่า โดยที่อำเภอปากเกร็ดและเสาไห้ มีค่า EMS

ตารางที่ 3 ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนสำหรับ RCBD ของข้อมูลงานทดลองเปรียบเทียบพันธุ์ข้าวในนาราษฎร์ ที่อำเภอปากเกร็ด และอำเภอเสาไห้ ปี 2535

SV.	df.	อำเภอปากเกร็ด		อำเภอเสาไห้	
		MS	F[1]/	MS	F[1]/
Replication	3	23112	5.32**	1088	<1
Treatment	7	14175	3.27**	12347	5.66**
Error	21	4341		2181	
CV.		13.9 %		7.9 %	

1/ * = significant at 5 % level ** = significant at 1 % level

เท่ากับ 4341 และ 2181 ตามลำดับ จึงสามารถทำการวิเคราะห์รวมได้ ผลการทดสอบโดย F-test ใน ANOVA แสดงว่า interaction ระหว่าง treatment และ location ไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ (ตารางที่ 4) นั่นคือผลตอบสนองของพันธุ์ไม่มีความแตกต่างกันระหว่างสถานที่ ค่าเฉลี่ยของผลผลิตและลำดับที่ของทรีตเมนต์ในแต่ละสถานที่แสดงใน ตารางที่ 5 เนื่องจากมีเพียง 2 สถานที่ ในการเปรียบเทียบผลกับวิธีวิเคราะห์ความแปรปรวนรวม จึงใช้วิธี Spearman's Rank Correlation คำนวณหาค่า r_s ตามสมการที่ 2 ได้ $r_s = 0.762$ เมื่อเปรียบเทียบกับค่าในตาราง 1A ที่ N = 8 ซึ่งมีค่า $r_s = 0.643$ แสดงว่าค่าที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าค่าในตาราง หมายความว่าลำดับที่ของค่าเฉลี่ยของผลผลิตของทรีตเมนต์ต่างๆในแต่ละสถานที่มีความสัมพันธ์กัน นั่นคือผลตอบสนองของพันธุ์ไม่มีความแตกต่างกันในระหว่างสถานที่สรุปได้ว่าวิธี Spearman's Rank Correlation ให้ผลสอดคล้องกับการวิเคราะห์ความแปรปรวนรวม

ตารางที่ 4 ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนรวมสำหรับ RCBD ของข้อมูลงานทดลองเปรียบเทียบพันธุ์ข้าวในนาราษฎร์ ที่อำเภอปากเกร็ดและอำเภอเสาไห้ ปี 2535

SV.	df.	MS	F[1/]
Location	1	218556	18.06**
Rep w/n Location	6	12100	
Treatment	7	24334	7.46**
Treatment x Location	7	2187	<1
Pooled Error	42	3261	

CV. = 7.9 %

1 ** = significant at 1 % level

ตารางที่ 5 ผลผลิตเฉลี่ย(กก./ไร่) และลำดับที่ของแต่ละทรีตเมนต์สำหรับงานทดลองเปรียบเทียบพันธุ์ข้าวในนาราษฎร์ ที่อำเภอปากเกร็ด และอำเภอเสาไห้ ปี 2535

ทรีตเมนต์	อำเภอปากเกร็ด		อำเภอเสาไห้	
	ค่าเฉลี่ย (กก./ไร่)	ลำดับที่	ค่าเฉลี่ย (กก./ไร่)	ลำดับที่
T1	527	2	651	2
T2	438	6	563	6
T3	424	7	520	8
T4	382	8	523	7
T5	470	5	587	4
T6	482	4	657	1
T7	571	1	644	3
T8	491	3	573	5

ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนสำหรับ RCBD ของข้อมูลงานทดลองเปรียบเทียบพันธุ์ข้าวในนาราษฎร์ที่อำเภอวัดเพลา บ้านนา สามชุก และบ้านลาด ปี 2531 แสดงในตารางที่ 6 พบว่าค่า EMS ของทุกสถานที่มีความแตกต่างกันไม่เกิน 3 เท่า สามารถทำการวิเคราะห์รวมได้

ตารางที่ 6 ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนสำหรับ RCBD ของข้อมูลงานทดลองเปรียบเทียบพันธุ์ข้าวในนาราษฎร์ ที่อำเภอวัดเพลา บ้านนา สามชุก และบ้านลาด ปี 2531

SV.	df.	อ.วัดเพลา		อ.บ้านนา		อ.สามชุก		อ. บ้านลาด	
		MS	F[1]	MS	F[1]	MS	F[1]	MS	F[1]
Replication	3	21570	5.78**	2544	<1	413	<1	14314	2.55ns
Treatment	6	56630	15.18**	5864	1.58ns	18398	4.56**	13782	2.46ns
Error	18	3730		3716		4033		5604	
CV.		11.7%		12.5%		20.2%		12.6%	

1 ns = not significant ** = significant at 1% level

ผลการวิเคราะห์แสดงในตารางที่ 7 แสดงว่า interaction ระหว่าง treatment และ locationมีนัยสำคัญยิ่ง กล่าวคือผลตอบสนองพันธุ์มีความแตกต่างกันระหว่างสถานที่ที่ทำการศึกษา

ตารางที่ 7 ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนรวมสำหรับ RCBD ของข้อมูลงานทดลองเปรียบเทียบพันธุ์ข้าวในนาราษฎร์ ที่อำเภอวัดเพลา บ้านนา สามชุก และบ้านลาด ปี 2531

SV.	df.	MS	F[1]
Location	3	392929	40.46 **
Rep w/n Location	12	9710	
Treatment	6	24957	5.84 **
Treatment x Location	18	23239	5.44**
Pooled Error	72	4271	

CV. = 13.6 %

1 ** = significant at 1 % level

ผลผลิตเฉลี่ยและลำดับที่ของทรีตเมนต์ในแต่ละสถานที่แสดงในตารางที่ 8 ทำการทดสอบปฏิกิริยาสัมพันธ์ โดยวิธี Kendall Coefficient of Concordance คำนวณหาค่า W ตามสมการที่ 5 ได้ W = 0.21 และค่า S ที่สอดคล้องกับค่า W คำนวณตามสมการที่ 6 ได้ S = 94.00 เมื่อเปรียบเทียบกับค่าในตาราง 2A ที่ l = 4 N = 7 ได้ค่า S = 217.0 ดังนั้นค่าที่คำนวณได้น้อยกว่าค่าในตาราง แสดงว่าลำดับที่ของค่าเฉลี่ยของผลผลิตของทรีตเมนต์ต่างๆ ในแต่ละสถานที่ไม่มีความสัมพันธ์กัน นั่นคือผลตอบสนองของพันธุ์มีความแตกต่างกันระหว่างสถานที่ ซึ่งได้ผลสอดคล้องกับผลที่ได้ในการวิเคราะห์ความแปรปรวนรวมผลการวิเคราะห์ข้อมูลงานทดลองเปรียบเทียบพันธุ์ข้าวในนาราษฎร์ ปี 2530 - 37 จำนวน 20 ชุดเพื่อเปรียบเทียบผลการทดสอบ interaction ระหว่างวิธีวิเคราะห์ความแปรปรวนรวม กับวิธี Kendall Coefficient of Concordance (ตารางที่ 9) พบว่ามีเพียงงานทดลองชุดเดียวที่ให้ผลการทดสอบไม่สอดคล้องกัน

ตารางที่ 8 ผลผลิตเฉลี่ย (กก./ไร่) และลำดับที่ของแต่ละทรีตเมนต์ สำหรับงานทดลองเปรียบเทียบพันธุ์ข้าวในนาราษฎร์ ที่อำเภอวัดเพลา บ้านนา สามชุก และบ้านลาด ปี 2531

ทรีตเมนต์	อ.วัดเพลา		อ.บ้านนา		อ.สามชุก		อ.บ้านลาด	
	ค่าเฉลี่ย (กก./ไร่)	ลำดับที่	ค่าเฉลี่ย (กก./ไร่)	ลำดับที่	ค่าเฉลี่ย (กก./ไร่)	ลำดับที่	ค่าเฉลี่ย (กก./ไร่)	ลำดับที่
T1	577	4	572	6	351	2	606	4
T2	598	2	489	5	336	3	615	3
T3	518	5	516	2	331	4	672	1
T4	362	6	491	4	295	5	499	7
T5	588	3	539	1	218	7	545	6
T6	663	1	500	3	252	6	642	2
T7	359	7	417	7	423	1	577	5

ตารางที่ 9 จำนวนชุดข้อมูลที่ให้สอดคล้องในการทดสอบInteraction ระหว่างวิธีวิเคราะห์ความแปรปรวนรวมกับวิธี Spearman's Rank Correlation Coefficient หรือกับวิธี Kendal Coefficient of Concordance ในงานทดลองเปรียบเทียบพันธุ์ข้าวในนาราษฎร์ปี 2530-37

จำนวนชุดข้อมูล	สอดคล้อง	ไม่สอดคล้อง
20	19	1

หลังจากตรวจสอบแล้วว่าไม่มีความแตกต่างกันของค่า EMS ที่ได้จากการวิเคราะห์ข้อมูลที่สร้างขึ้นโดยวิธี RCBD ระหว่างสถานที่ในข้อมูลแต่ละชุด ทำการวิเคราะห์ความแปรปรวนรวมเพื่อตรวจสอบความมีอยู่จริงของ interaction ในข้อมูลที่สร้างขึ้น โดยตรวจสอบจากผลการทดสอบนัยสำคัญของ interaction ในการวิเคราะห์ความแปรปรวนรวม ผลการทดสอบแสดงในตารางที่ 10 พบว่า ไม่ว่าค่า b จะเป็นเท่าใดในทุกกรณียกเว้นกรณี CV=10% ที่ b=2 จะให้ผลการทดสอบ interaction คล้ายกัน คือไม่เกินร้อยละ 9 ที่แสดงว่า interaction มีนัยสำคัญ หรืออาจกล่าวได้ว่าค่าอิทธิพลของ interaction ที่สร้างขึ้น เมื่อ b=1 และ 2 ไม่มีอยู่จริงคือมีผลเช่นเดียวกับไม่มีค่าอิทธิพลของ interaction ในข้อมูล (b = 0) สำหรับกรณี เมื่อ CV = 10 % และ b = 2 ร้อยละของจำนวนชุดข้อมูลที่แสดงนัยสำคัญของ interaction มีค่าสูงขึ้นประมาณร้อยละ 10 ที่เป็นเช่นนี้อาจเนื่องมาจากค่าอิทธิพลของทั้ง treatment และ location สร้างขึ้นโดยสุ่มและเป็นอิสระต่อกัน ทำให้ค่าอิทธิพลของ interaction ซึ่งได้จากผลคูณของทั้งสองปัจจัยไม่สามารถควบคุมให้มีนัยสำคัญได้ อย่างไรก็ตามวัตถุประสงค์ของการศึกษาครั้งนี้เพื่อต้องการตรวจสอบความสอดคล้องของผลการทดสอบ interaction มากกว่าที่จะเน้นการควบคุมความมีนัยสำคัญของ interaction ในการสร้างข้อมูล

ตารางที่ 10 ร้อยละของจำนวนชุดที่แสดงนัยสำคัญทางสถิติ ของ interaction ในการวิเคราะห์ความแปรปรวนรวม จำแนกตามค่า CV จำนวนสถานที่จำนวนทรีตเมนต์ และค่า b

CV(%)	จำนวนทรีตเมนต์	% นัยสำคัญของปฏิกริยาสัมพันธ์								
		b = 0			b = 1			b = 2		
		l = 2	l = 4	l = 6	l = 2	l = 4	l = 6	l = 2	l = 4	l = 6
10	5	5	8	8	5	9	7	15	17	16
	7	7	4	4	7	5	5	16	14	14
	9	5	4	4	4	7	6	13	16	20
	11	6	6	9	8	8	9	17	19	25
	13	4	1	6	5	5	7	15	13	19
	15	3	2	9	4	4	5	14	15	20
20	5	5	8	8	5	8	9	5	9	9
	7	7	4	4	7	4	5	7	4	8
	9	5	4	4	5	4	8	4	7	9
	11	6	6	9	7	8	9	9	9	7
	13	4	1	6	4	2	5	5	6	7
	15	3	2	9	3	6	7	4	7	9
30	5	5	8	8	5	8	9	4	8	9
	7	7	4	4	7	3	5	7	5	7
	9	5	4	4	5	4	6	5	5	8
	11	6	6	9	7	6	9	7	8	9
	13	4	1	6	4	2	5	4	2	5
	15	3	2	9	3	4	6	3	7	8

สำหรับการเปรียบเทียบผลการทดสอบ interaction ระหว่างวิธีการวิเคราะห์ความแปรปรวนรวม กับวิธี Spearman's Rank Correlation Coefficient นั้น ผลการตรวจสอบความสอดคล้องของผลที่ได้จาก 2 วิธี (ตารางที่ 11) พบว่า ทั้งสองวิธีจะให้ผลสอดคล้องกันมากกว่าหรือเท่ากับร้อยละ 85 ก็ต่อเมื่อค่า CV = 10 % และมีจำนวนทรีตเมนต์ตั้งแต่ 11 ขึ้นไป แต่เมื่อ CV มีค่าสูงขึ้นความสอดคล้องจะลดลง กล่าวคือน้อยกว่าร้อยละ 55 ทั้งนี้อาจเป็นเพราะเมื่อ CV มีค่าสูงขึ้น ความฉับไวในการทดสอบโดยวิธีวิเคราะห์ความแปรปรวนรวมลดลง ในขณะที่วิธี Spearman's Rank Correlation Coefficient ไม่เปลี่ยนแปลงหรือลดลงน้อยกว่าเนื่องจากเป็นวิธีที่พิจารณาจากค่าลำดับที่ของทรีตเมนต์ จึงได้รับผลกระทบจากการเปลี่ยนแปลงของค่า C.V. น้อยกว่า

กรณีจำนวนสถานที่มากกว่า 2 ผลการเปรียบเทียบการทดสอบ interaction ระหว่างวิธีวิเคราะห์ความแปรปรวนรวมกับวิธี Kendall Coefficient of Concordance (ตารางที่ 11) พบว่า ทั้งสองวิธีให้ผลสอดคล้องกันเกินร้อยละ 80 เมื่อ CV = 10 % โดยเฉพาะเมื่อจำนวนทรีตเมนต์มากกว่า 5 ผลสอดคล้องจะมากกว่าหรือเท่ากับร้อยละ 85 ผลสอดคล้องจะเพิ่มขึ้นเมื่อจำนวนทรีตเมนต์เพิ่มขึ้น แต่เมื่อค่า CV สูงขึ้นผลสอดคล้องจะลดลง กล่าวคือ กรณี CV = 20 % ผลสอดคล้องจะมากกว่าร้อยละ 80 ก็ต่อเมื่อมีจำนวนทรีตเมนต์ที่ใช้ = 11 สำหรับจำนวนสถานที่ = 4 และ 7 สำหรับจำนวนสถานที่ = 6 ผลสอดคล้องจะลดลงจนถึงร้อยละ 60 และ 65 เมื่อจำนวนทรีตเมนต์ = 5 สำหรับจำนวนสถานที่ = 4 และ 6 ตามลำดับ สำหรับกรณี CV = 30 % ทั้ง 2 วิธีให้ผลสอดคล้องกันเกินร้อยละ 60 ก็ต่อเมื่อจำนวนสถานที่ = 6 และจำนวนทรีตเมนต์มากกว่า 7 และจะเพิ่มจนเกินร้อยละ 80 เมื่อจำนวนทรีตเมนต์ = 15

ตารางที่ 11 ร้อยละของจำนวนชุดที่ให้ผลสอดคล้องกันในการทดสอบ interaction ระหว่างวิธีวิเคราะห์ความแปรปรวนรวมกับวิธี Spearman's Rank Correlation Coefficient และกับวิธี Kendall Coefficient of Concordance จำแนกตามค่า CV จำนวนทรีตเมนต์จำนวนสถานที่ และค่า b

CV(%)	จำนวนทรีตเมนต์	% สอดคล้อง								
		Spearman's method			Kendall Coefficient of Concordance					
		จำนวนสถานที่=2			จำนวนสถานที่=4			จำนวนสถานที่=6		
		b = 0	b = 1	b = 2	b = 0	b = 1	b = 2	b = 0	b = 1	b = 2
10	5	50	54	52	83	82	80	83	81	80
	7	52	52	49	94	92	85	96	94	91
	9	72	70	65	95	91	86	96	91	87
	11	89	87	85	95	90	87	89	87	86
	13	94	92	85	99	96	87	94	93	92
	15	95	94	87	98	93	88	94	93	90
20	5	30	29	30	60	60	61	71	69	65
	7	23	24	22	70	71	70	81	80	80
	9	40	41	39	72	74	68	91	88	86
	11	44	44	45	82	81	81	87	86	83
	13	53	53	50	88	86	83	94	91	90
	15	54	54	52	92	89	85	94	92	89
30	5	25	25	24	31	35	33	49	46	43
	7	15	15	18	46	43	41	52	54	54
	9	24	24	19	42	43	41	66	63	64
	11	24	24	24	46	46	47	74	78	74
	13	28	28	24	54	50	51	75	72	70
	15	30	30	29	59	59	58	86	86	82

สรุปผลการทดลอง

จากผลการวิเคราะห์ข้อมูลงานทดลองเปรียบเทียบพันธุ์ข้าวในนาราษฎร์ และจากข้อมูลที่สร้างขึ้นโดยสร้างให้ค่าอิทธิพลของปัจจัยต่างๆ เป็นไปตามเงื่อนไขของการวิเคราะห์ความแปรปรวนของ RCBD สรุปได้ว่า เมื่อจำนวนสถานที่ = 2 วิธี Spearman's Rank Correlation Coefficientใช้ได้ดีหรือให้ผลสอดคล้องกับวิธีวิเคราะห์ความแปรปรวนรวมมากกว่าหรือเท่ากับร้อยละ 80 เมื่องานทดลองมีค่า CV = 10% และมีจำนวนทรีตเมนต์ไม่น้อยกว่า 11 กรณีเมื่อจำนวนสถานที่มากกว่า 2 วิธี Kendall Coefficient of Concordance สามารถใช้แทนวิธีวิเคราะห์ความแปรปรวนรวมได้ดี สำหรับงานทดลองที่มีค่า CV ไม่เกิน 20 % โดยเฉพาะเมื่อมีจำนวนทรีตเมนต์มากกว่า 5 งานทดลองที่มีค่า CV สูงขึ้น หรือมีจำนวนทรีตเมนต์น้อยกว่า 11 ประสิทธิภาพของการใช้ทดแทนจะลดลงเป็นสัดส่วนกลับกับค่า CV ที่สูงขึ้น และเป็นสัดส่วนโดยตรงกับจำนวนทรีตเมนต์ที่ลดลง

เอกสารอ้างอิง

Comstock, R.E. and Moll, R.H. (1963). Genotype-environment interaction. In Statistical Genetics and Plant Breeding, 164-196. National Academy of Science: National Research Council Publication.

Finlay, K.W. and Wilkinson, G.N. (1963). The analysis of adaptation in plant breeding programme. Australian Journal of Agricultural Research. 14, 742-754.

Gomez, K.A. and Gomez, A.A. (1984). Statistical Procedures for Agricultural Research. New York: John Wiley & Sons.

Perkins, J.M. and Jinks J.B. (1968). Environmental and genotype environmental cmnponents of variability III. Multiple lines and crosses. Heredity: 2, 339-356.

Shorter, R., Byth, D.E. and Mungomery, V.E. (1977). Genotype x Environment interaction and environmental.

Siegel, S. (1956). Nonparametric Statistics for the Behavioral Sciences. McGraw-Hill

Steel, R.G.D. and Torrie, J.H. (1960). Principles and Procedures of Statistics. New York: McGraw-Hill.

ตารางภาคผนวก

Table 1A Table of critical values of r_s, the Spearman Rank Correlation Coefficient

N	Significance level (one-tailed test)	
	.05	.01
4	1.000	
5	.900	1.000
6	.829	.943
7	.714	.893
8	.643	.833
9	.600	.783
10	.564	.746
12	.506	.712
14	.456	.645
16	.425	.601
18	.399	.564
20	.377	.534
22	.359	.508
24	.343	.485
26	.329	.465
28	.317	.448
30	.306	.432

Adapted from Olds, E.G. 1938. Distributions of sums of squares of rank differences for small numbers of individuals. Ann. Math. Statist., 9,133-148,and from Olds, E.G. 1949. The 5% significance levels for sums of squares of rank differences and a correction. Ann. Math. Statist., 20, 117-118

Table 2A Table of critical values of S in the Kendall Coefficient of Concordance

l	N					Additional valuesfor N=3	
	3	4	5	6	7	l	S
	Value at the .05 level of significance						
3			64.4	103.9	157.3	9	54.0
4		49.5	88.4	143.3	217.0	12	71.9
5		62.6	112.3	182.4	276.2	14	83.8
6		75.7	136.1	221.4	335.2	16	95.8
8	48.1	101.7	183.7	299.0	453.1	18	107.7
10	60.0	127.8	231.2	376.7	571.0		
15	89.8	192.9	349.8	570.5	864.9		
20	119.7	258.0	468.5	764.4	1158.7		
	Value at the .01 level of significance						
3			75.6	122.8	185.6	9	75.9
4		61.4	109.3	176.2	265.0	12	103.5
5		80.5	142.8	229.4	343.8	14	121.9
6		99.5	176.1	282.4	422.6	16	140.2
8	66.8	137.4	242.7	388.3	579.9	18	158.6
10	85.1	175.3	309.1	494.0	737.0		
15	131.0	269.8	475.2	758.2	1129.5		
20	177.0	364.2	641.2	1022.2	1521.9		

Adapted from Friedman, M. 1940. A comparison of alternative tests of significance for the problem of m ranking. Ann. Math. Statist., 11, 86-92.